Theoretische Physik IV – Thermodynamik

7. Finden Sie mit Hilfe der Volumen-Relation der inneren Energie entsprechend dem 2. Hauptsatz und der Zustandsgleichung $p = \frac{1}{3}bT^4$ der Hohlraumstrahlung einen Ausdruck für ihre innere Energie $U(T, V)$. (b konstant)

Lösung zu Aufgabe 7

Aus der Formelsammlung (s.u.) folgt:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p = T\left(\frac{\partial \frac{1}{3}bT^4}{\partial T}\right)_V - \frac{1}{3}bT^4 = T\left(\frac{4}{3}bT^3\right) - \frac{1}{3}bT^4 = bT^4$$

und somit gilt

$U(V,T) = bT^4\ V + f(T)$

Nun ist aber $U(V,T)$ eine extensive Größe, so dass $f(T)$ nur gleich Null sein kann.

Also ist $U(V,T) = bT^4\ V$.

Es folgt daraus für die Dichte der inneren Energie der Hohlraumstrahlung

$\frac{U}{V} = u(V,T) = u(T) = bT^4 = 3p$ oder auch $p = \frac{1}{3}u(T)$

die bekannte Formel für den Lichtdruck der Hohlraumstrahlung.

Formeln

$$pV = nRT \qquad \left(p + a\frac{n^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \qquad \frac{dp}{dT} = \frac{q_{12}}{T(v_2 - v_1)}$$

$$U(S,V,N) = NC_VT_0\left(\frac{N_0V}{NV_0}\right)^{1-\gamma}\exp\left[\frac{S}{NC_V} - \frac{\sigma}{C_V}\right] \qquad \text{(ideales Gas)}$$