

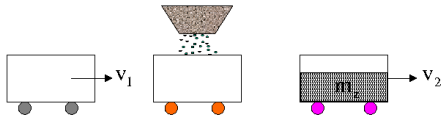
### Impulserhaltung, Freiheitsgrade, Lagrange-Funktion

1. Ein Massenpunkt  $m$  befinde sich im konservativen Kraftfeld

$$F(x) = -a + bx^2 \quad (a, b > 0)$$

Bestimmen Sie das zugehörige Potential  $U(x)$ , die Gleichgewichtslagen in diesem, sowie für mögliche Schwingungen die Kreisfrequenz  $\omega$  in harmonischer Näherung!

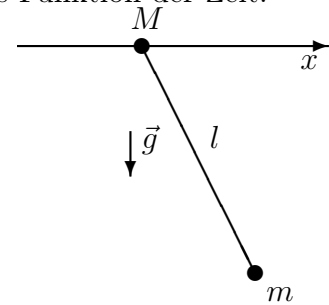
- 2.



Ein LKW mit der Leermasse  $m_L = 2$  t und der Länge  $L = 18$  m rollt reibungsfrei mit der Geschwindigkeit  $v_1 = 25$  km/h an eine Laderampe heran. Welche Zuladung  $m_Z$  hat er erhalten, wenn er mit  $v_2 = 10$  km/h die Laderampe wieder verlässt (Impulserhaltungssatz!)? Wie groß

ist die konstante Füllrate  $\lambda$  in kg/s bei kontinuierlicher Beladung (z.B. mit Sand)? Bestimmen Sie für diesen Fall die Position des Hängers als Funktion der Zeit!

3. Ein Massenpunkt  $M$  gleite entlang der  $x$ -Achse und führe dabei einen zweiten Massenpunkt  $m$  als ebenes Pendel mit (masseloser Stab der Länge  $l$ ).



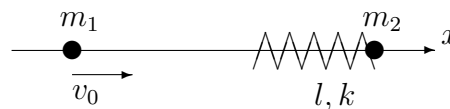
Bestimmen Sie die Freiheitsgrade des Systems sowie mit geeignet gewählten verallgemeinerten Koordinaten die Lagrangefunktion. Stellen Sie die Lagrange'schen Gleichungen (2. Art) auf! Überprüfen Sie ob es zyklische Koordinaten gibt und welche Erhaltungsgrößen!

4. Diskutieren Sie die Bewegung eines Kugelpendels – das ist ein Massenpunkt  $M$ , der über einen masselosen Stab der Länge  $l$  an einem Kugelgelenk in alle Richtungen drehbar im Schwerfeld der Erde hängt.

Bestimmen Sie die Freiheitsgrade des Massenpunktes und geeignete verallgemeinerte Koordinaten. Stellen Sie mit diesen die Lagrangefunktion auf und leiten Sie daraus die Bewegungsgleichungen ab! Überprüfen Sie ob es zyklische Koordinaten gibt und finden Sie Erhaltungsgrößen der Bewegung!

Finden Sie, gestützt auf die Erhaltungsgrößen, ein effektives Potenzial und diskutieren Sie damit die Bewegung qualitativ!

5. \* Man untersuche den Stoß zweier Massenpunkte  $m_1, m_2$ , der durch eine elastische masselose Feder ( Ruhelänge  $l$ , elastische Konstante  $k$ ) vermittelt wird und entlang der  $x$ -Achse erfolgt. Es soll  $m_1$  mit der Geschwindigkeit  $v_0$  auf die ruhende Masse  $m_2$  treffen, genauer auf die undeformierte Feder im Abstand  $l$  vor der ruhenden Masse.



Wie verläuft die Bewegung beider Massen während des Stoßes und danach? Separieren Sie für die Rechnung die Schwerpunktsbewegung (Schwerpunktsystem)!