Aufgabe 1

- $\vec{s}_l = \vec{A}_l e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$ Mit Hilfe der Beziehung $\vec{\nabla} \times \vec{s}_l = 0$ zeige man: $\vec{A}_l \| \vec{k}$!
- $\vec{s}_t = \vec{A}_t e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$ Mit Hilfe der Beziehung $\vec{\nabla} \cdot \vec{s}_t = 0$ zeige man: $\vec{A}_t \perp \vec{k}$!

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass $\vec{s} = \Big(A_1, A_2 \sin(\vec{k}\vec{r} - \omega t), A_3\Big)$ mit $\vec{k} = (k_x, 0, 0)$ und $A_i = const.$ der Wellengleichung für den elastisch isotropen Körper genügt!
Um welchen Raumwellentyp handelt es sich?

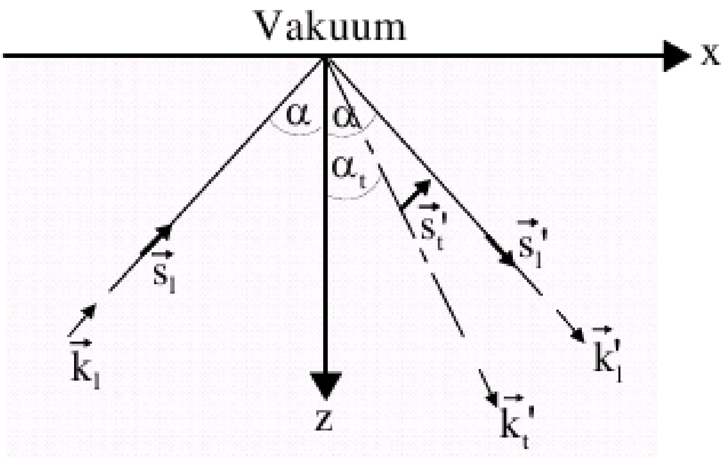
Aufgabe 3

Man zeige, dass der Ansatz $\psi = \mathrm{Re}\left\{\frac{A}{r} e^{i(kr-\omega t)}\right\}$ für eine harmonische Kugelwelle, die sich von einem Zentrum 0 nach allen Richtungen ausbreitet, der Wellengleichung $\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = c^2 \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r}\right)$ genügt.

Aufgabe 4

Man bestimme die Reflexionskoeffizienten R_l und R_t einer longitudinalen ebenen Welle, die unter dem Winkel α auf die Grenzfläche zwischen dem Medium und Vakuum fällt!

$$R_l = \left(\frac{A_l'}{A_l}\right)^2, \ R_t = \frac{c_t \cos \alpha_t}{c_l \cos \alpha} \left(\frac{A_t'}{A_l}\right)^2$$



Ansatz:

$$
\begin{aligned}
\vec{s_l} &= \vec{A_l} e^{i(\vec{k_l}\cdot\vec{r}-\omega t)} \\
\vec{s_l}' &= \vec{A_l}' e^{i(\vec{k_l}'\cdot\vec{r}-\omega t)} \\
\vec{s_t}' &= \vec{A_t}' e^{i(\vec{k_t}'\cdot\vec{r}-\omega t)}
\end{aligned}
$$

Aufgabe 5

Man bestimme die radialen Eigenschwingungen einer elastischen Kugel mit dem Radius R!

Wie groß sind die niedrigste Eigenfrequenz und die zugeordnete Schwingungsdauer, wenn die Kugel

(a) den Radius $R = 2$ nm,

(b) den Erdradius hat?

Hinweis: Für die radiale Verschiebung kann der Ansatz $\vec{s} = s_0\, j_1(kr)e^{-i\omega t}\vec{e}_r$ verwendet werden. $j_1(x) = \dfrac{\sin(x) - x\cos(x)}{x^2}$ ist eine sphärische Besselfunktion. Man zeige, dass $\vec{s}$ der Gleichung $\rho\ddot{\vec{s}} = \mu\Delta\vec{s} + (\mu+\lambda)\vec{\nabla}\cdot\vec{\nabla}\cdot\vec{s}$ genügt. Man verwende die Beziehung $\Delta\vec{s} = \vec{\nabla}\cdot\vec{\nabla}\cdot\vec{s} - \vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\times\vec{s}$.