Aufgabe 1: Wiederholung

Gegeben seien:

$$a_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \qquad b_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}; \qquad v_i = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}; \qquad c_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnen Sie: $a_{ij}b_{jk}, \quad a_{ij}b_{kj}, \quad a_{ji}b_{jk}, \quad v_iv_i, \quad -v_i\epsilon_{ijk}(v_l a_{lk})$

(b) Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren von c_{ij}!

Aufgabe 2

Das Hooke'sche Gesetz, erweitert um einen Temperaturspannungen beschreibenden Term, lautet:

$$\sigma_{ij} = 2\mu\epsilon_{ij} + \lambda\delta_{ij}Sp(\tilde{\epsilon}) - k\delta_{ij}(T - T_0)$$

T_0 ist die Bezugstemperatur, bei der der Körper für den deformationsfreien Zustand spannungsfrei ist. k ist eine Materialkonstante. Man drücke k durch die Lamé'schen Konstanten μ und λ sowie den Ausdehnungskoeffizienten α aus.

$\alpha = \left(\dfrac{\partial Sp(\tilde{\epsilon})}{\partial T}\right)_\sigma$

Aufgabe 3

Ein Stab (Stahl, $T_0 = 300$ K, $l = 1$ m) wird an einem Ende auf der Temperatur von $T_1 = 380$ K gehalten, am anderen Ende auf der Temperatur von $T_2 = 480$ K, wobei die Temperaturverteilung als linear angenommen wird. Um welche Strecke verlängert sich der Stab, wenn der lineare thermische Ausdehnungskoeffizient ($\beta = \partial\frac{\Delta l}{l}/\partial T$) 11,2·$10^{-6}$ K^{-1} beträgt? Man berechne die thermische Spannung, wenn der Stab zwischen zwei Wänden (Abstand 1 m) festgeklemmt ist.

Aufgabe 4

An einem, an einem Ende fest eingespannten, lotrechten Stab (Länge l und Querschnitt q in Gleichgewichtslage, Elastizitätsmodul E) hängt eine gegenüber der Stabmasse große Masse m. Wird an der Masse m gezogen und das System dann sich selbst überlassen, vollführt der Stab Dehnungsschwingungen.

(a) Man berechne die Frequenz dieser Schwingungen!

(b) Wie groß ist die gespeicherte elastische Energie bei einer Dehnung um die Strecke Δl?