Aufgabe 1: Wiederholung

Gegeben seien:

$$a_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \qquad b_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}; \qquad v_i = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnen Sie: $v_i b_{ij}, \quad v_i b_{ji}, \quad v_i a_{ij}, \quad a_{ij} b_{jk}, \quad a_{ij} b_{kj}, \quad v_i \epsilon_{ijk}(v_l a_{lk})$

(b) Bestimmen Sie die Hauptwerte und Hauptachsen von

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad d_{ij} = \begin{pmatrix} 54 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}!$$

(c) Schreiben Sie den Rotations- und Deformationstensor auf (Gleichung & Matrix)!

(d) Zeigen Sie, dass der Betrag eines Vektors $\vec{a}$ gegenüber einer orthogonalen Transformation invariant ist!

$$|\vec{a}|^2 = a_i a_i = a'_i a'_i = a^2$$

Aufgabe 2

Ein elastisch isotroper, hängender Würfel (Kantenlänge l, Lamé'sche Konstanten μ und λ) deformiert sich unter der Wirkung seines Eigengewichtes. Man bestimme Spannungs- und Deformationstensor!

Aufgabe 3

An zwei gegenüberliegenden Flächen eines Würfels greift eine konstante Normalspannung σ_0 an, zwei weitere gegenüberliegende Flächen sind eingespannt, die beiden anderen frei.

Fertigen Sie eine Skizze an und formulieren Sie die entsprechenden Randbedingungen! Bestimmen Sie:

(a) die Volumendilatation $\dfrac{\Delta V}{V}$,

(b) den Spannungstensor σ_{ij},

(c) den Deformationstensor ϵ_{ij} und

(d) den Verschiebungsvektor s_i (elastisch isotroper Körper)!