

Aufgabe 1: Rechnen mit Tensoren

Gegeben sind

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \tilde{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}; \quad \tilde{\beta} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie: $a_i a_i$, $a_i \alpha_{ij}$, $a_j \alpha_{ij}$, $a_i \beta_{ij}$, $a_j \beta_{ij}$, $\alpha_{ij} \beta_{ij}$, $\alpha_{ij} \beta_{ji}$, $\alpha_{ij} \beta_{jk}$

Aufgabe 2: Verschiebungstensoren

Beschreiben Sie die Verschiebungen der Volumenelemente eines Würfels unter Einfluss folgender Verschiebungstensoren ($\alpha \in \mathbb{R}$)!

$$\mathbf{A1} = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{A2} = \alpha \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{A3} = \alpha \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{A4} = \alpha \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3: Deformationstensor

Ein Quader mit der Kantenlänge 1 wird deformiert. Der Deformationstensor sei

$$\epsilon_{ij} = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} \quad \text{mit } \alpha \in \mathbb{R}.$$

Welche Gestalt nimmt er nach der Deformation an? (Kantenlänge, Winkel)

Aufgabe 4: Orthogonale Transformation

Geben Sie die Drehmatrix $\tilde{\alpha} = \alpha_{ij}$ für den Fall an, dass das kartesische Koordinatensystem Σ' gegenüber dem kartesischen Koordinatensystem Σ um die Achse x_3 um den Winkel β gedreht wird, nachdem beide Koordinatensysteme zunächst deckungsgleich waren! **HA:** Drehung um die Achse x_1 sowie x_2

Aufgabe 5: Hauptachsentransformation

$$\text{Es seien } \vec{T}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{T}_2 = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 4 \\ 0 & 9 & 0 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie jeweils eine Darstellung in Diagonalf orm und die zugehörige Basis an!