Aufgabe 1 [7P]

Berechnen Sie: $v_i a_{ij}, v_i b_{ij}, a_{ij} b_{jk},\ a_{ji} b_{jk},\ Sp(b_{ij}), Det(b_{ij})$
Wovon ist c_{ij} die Matrix der Eigenvektoren und sind w_i die Eigenwerte?

$$a_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix};\ b_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix};\ c_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix};\ v_i = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix};\ w_i = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix};$$

Aufgabe 2 [4P]

Den Verschiebungstensor kann man in einen Deformations- und Rotationstensor zerlegen. Schreiben Sie die jeweilige Zurodnungsvorschrift und den Tensor in Matrixform auf. Was wird von den einzelnen Tensoren beschrieben? Welche Eigenschaften besitzen diese?

Aufgabe 3 [6P]

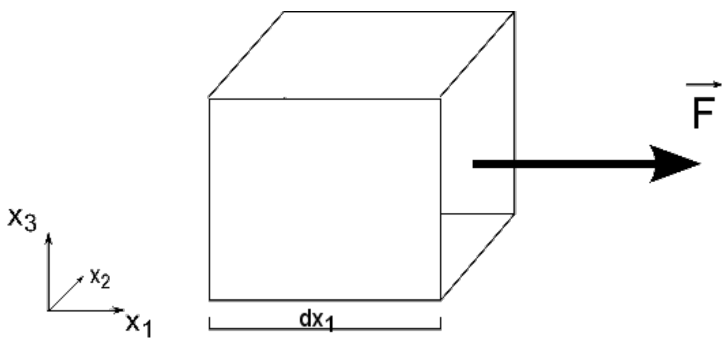
Wie hängen Verschiebungsvektor und Verschiebungstensor zusammen (Herleitung vom Verschiebungstensor)? Skizzieren und/oder beschreiben Sie den Einfluss auf ein Volumenelement in einem Würfel unter dem Einfluss folgender Verschiebungstensoren:

$$a_{ij} = \alpha \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};\ b_{ij} = \beta \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

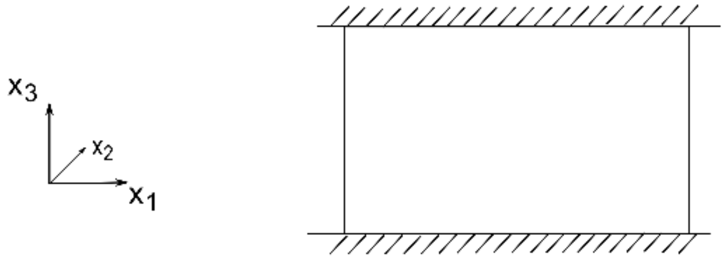
Welche Größe beschreibt der Parameter β? Wie lautet der Verschiebungstensor für eine Scherung parallel zur x-z-Ebene?

Aufgabe 4 [7+1P]

1. Formulieren sie die Kräftegleichgewichtsbedinung.
2. Beschriften Sie den Körper in folgender Abbildung im Sinne der Kräftegleichgewichte.



3. Welche Randbedingungen gelten für σ_{ij} und ϵ_{ij}



4. Welcher Zusammenhang existiert zwischen σ_{ij} und ϵ_{ij} im isotropen Körper? Wie lautet der Zusammenhang für den anisotropen Körper? Erklären Sie den Unterschied zwischen anisotropen und isotropen Körpern. Nennen Sie jeweils einen selbstgewählten Vertreter!
5. ZA: Welche (wieviele) elastische Konstanten besitzt ein isotroper Körper? Wieviele der am höchsten anisotrope?

Aufgabe 5: Kompressionsmodul [6P]

Ein Uboot sei näherungsweise beschrieben als ein homogener Körper, auf dessen Oberfläche A ein überall gleich großer, in normaler Richtung weisender Druck p wirke. Der Druck p ergebe sich aus der Wassersäule über dem Boot.

1. Wie lautet der Kompressionsmodul $\frac{1}{\kappa} = -\frac{1}{p}\frac{\Delta V}{V}$ in der Annahme, dass es sich um einen isotropen Körper handelt?
2. Schätzen sie die Größenordnung der Volumendilitation ab, wenn für eine Oberfläche von $1m^2$ und $\lambda \sim 1 \cdot 10^{11}\frac{N}{m^2}$ und $\mu \sim 0.75 \cdot 10^{11}\frac{N}{m^2}$. Wie hängt die Volumendilitation von der Oberfläche und von der Tiefe des Bootes ab? Ab welcher theoretischen Tiefe (Größenordnung) muss man als Ubootfahrer Angst haben, zerquetscht zu werden ($\frac{\Delta V}{V} \sim \frac{2}{3}10^{-6}$)? Erklären Sie die Schwächen diese Modells!