

antriebstechnik

Beckert, U.:

Berechnung der Wirbelstromverluste in den Permanentmagneten von hochtourigen PM-Synchronmaschinen
antriebstechnik 45 (2006), Heft 11, S. 42 - 45

Berechnung der Wirbelstromverluste in den Permanentmagneten von hohtourigen PM-Synchronmaschinen

Ulrich Beckert, TU BA Freiberg

Zusammenfassung

Bei hochausgenutzten PM-Synchronmaschinen mit kleiner Luftspaltweite sind die Wirbelstromverluste in den Permanentmagneten bedeutsam. Ursache der Wirbelströme sind die nutungsbedingten Modulationen des Polradfeldes und des Ankerfeldes sowie nicht-sinusförmige Ständerströme. Im Beitrag wird ein relativ universelles Modell zur analytischen Berechnung dieser Wirbelstromverluste präsentiert. Bei dem Modell wird vorausgesetzt, dass die Materialeigenschaften schichtweise konstant sind und dass das Superpositionsprinzip gilt.

Keywords: Synchronmaschinen, Permanentmagnete, Wirbelströme, analytische Berechnung.

Calculation of Eddy Current Losses in the Permanent Magnets of High-Speed PM-Synchronous Machines

Ulrich Beckert, TU BA Freiberg

For highly utilized PM synchronous machines with small airgap length eddy current losses are significant. The cause of the eddy currents are the modulation of open-circuit field and armature-reaction field by slot openings as well as nonsinusoidal stator currents. In the paper a relatively universal model for the analytical calculation of this eddy current losses is presented. For this model it is assumed that the material properties are layer-wise constant and that the principle of superposition applies.

Keywords: Synchronous machine, permanent magnets, eddy currents, analytical calculation.

Berechnung der Wirbelstromverluste in den Permanentmagneten von hohtourigen PM-Synchronmaschinen

1 Einleitung

Der Beitrag bezieht sich auf hochausgenutzte permanenterregte Synchronmaschinen mit Oberflächenmagneten gemäß **Bild 1**. Bei permanenterregten Synchronmaschinen wird bekanntlich die Ausnutzung des eingesetzten Magnetmaterials um so besser, je kleiner der mechanische Luftspalt gewählt wird. Mit kleiner werdender Luftspaltweite treten jedoch zunehmend parasitäre Wirbelströme und Wirbelstromverluste in den Permanentmagneten sowie ggf. in der massiveisernen Nabe oder in der elektrisch leitfähigen Bandage (Titan) auf. Die Wirbelstromverluste können beträchtliche Werte annehmen und zu einer unzulässigen Erwärmung der Permanentmagnete führen. Bei der Wahl der Luftspaltweite muss deshalb stets ein Kompromiss zwischen hoher Ausnutzung des Magnetmaterials und Wirbelstromverlusten im Läufer gefunden werden.

Die Berechnung der Wirbelstromverluste sollte dabei analytisch erfolgen, um die Verlustberechnung bereits in den Maschinenentwurf und in die Optimierung einbeziehen zu können.

Die Finite-Elemente-Methode bietet grundsätzlich die Möglichkeit, ein Feldproblem sehr genau abzubilden. Bei Wirbelstromproblemen im Mittelfrequenzbereich sind jedoch die Anforderungen an die Vernetzung sehr hoch, so dass eine Variation der geometrischen Verhältnisse sehr aufwändig und das Auffinden der optimalen Lösung nahezu unmöglich sind. Besonders nachteilig ist, dass der Fehler einer FEM-Lösung nur schwer abschätzbar ist, da er meistens durch eine unzureichende Vernetzung verursacht wird [1]. Bei der analytischen Berechnung der Wirbelstromprobleme muss man zwar ebenfalls mit Fehlern rechnen. Sie haben ihre Ursache darin, dass die i.A. komplizierte Geometrie vereinfacht werden muss, um ein analytisch lösbares Modell zu erhalten. Im Gegensatz zur FE-Methode ist ihr Fehler leichter abschätzbar.

2 Ursachen der Wirbelströme

Grundsätzlich führen alle sich relativ zum Polrad drehenden Feldkomponenten zu Wirbelstromverlusten in den Permanentmagneten.

Solche Drehfelder entstehen

- durch die nutungsbedingte Modulation des Polradfeldes (**Bild 2**),
- durch die nutungsbedingte Modulation des Ankerfeldes (**Bild 3**),
- durch nichtsinusförmige Ständerströme bei Umrichterbetrieb [4,6] oder bei gezielter Erzeugung von Pendelmomenten (Prüfstandsantriebe).

Die Berechnung der Wirbelströme und Wirbelstromverluste im Magnetmaterial sowie ggf. in einer massiveisernen Nabe und in einer elektrisch leitfähigen Bandage oder einem Dämpfungszyylinder führt auf das Problem der Berechnung des Eindringens eines magnetischen Drehfeldes (mit der Polteilung τ_{pv} und der Drehfrequenz ω_v) in einen verlustbehafteten, geschichteten, teils ferromagnetischen Hohlzylinder.

3 Idealisierende Annahmen

Im Beitrag wird ein Modell zur analytischen Berechnung der Wirbelstromverluste im Läufer von PM-Synchronmaschinen mit Oberflächenmagneten vorgestellt. Dieses benötigt nur einen Bruchteil der Rechenzeit einer numerischen Feldberechnung. Das Modell ist durch folgende idealisierende Annahmen gekennzeichnet:

- Das Maschinenmodell besteht radial aus n homogenen Schichten (**Bild 4**). Die Materialeigenschaften, die elektrische Leitfähigkeit κ_i und die relative Permeabilität $\mu_{r,i}$ sind schichtweise konstant. D.h., es liegt prinzipiell ein lineares Problem vor. Es gilt das Superpositionsprinzip.
- Die Krümmung wird vernachlässigt, so dass ein ebenes Feldproblem in kartesischen Koordinaten vorliegt. Sättigungserscheinungen und Wirbelströme im geblechten Ständer- und Läuferisen werden vernachlässigt ($\mu_{Fe} = \infty$, $\kappa_{Fe} = 0$).
- Die Läufernabe kann geblecht oder massiveisern sein.
- Für jede anregende Flussdichtewelle des Luftspaltfeldes werden die Verteilungen der Wirbelströme und der Wirbelstromverluste im Läufer getrennt berechnet. Die gesamten Wirbelstromverluste sind dann die Summe der Teilverluste.
- Jede Flussdichtewelle werde durch einen Ersatzstrombelag an der dafür glatten (ungenuteten) Ständerbohrung ($y = -\delta$)

$$a_{1,v}(x, t) = \hat{a}_{1,v} \cos(a_v x - \omega_v t) \quad (1)$$

bzw. als komplexer Augenblickswert

$$\underline{a}_{1,v} = \hat{a}_{1,v} e^{j(a_v x - \omega_v t)} \quad (2)$$

angeregt.

- Für die Berechnung des Ersatzstrombelages ist die Kenntnis der magnetischen Leitwertfunktion des Luftspaltes erforderlich. Diese, stark durch die Nutzung des Ständers geprägte Funktion, wird mit Hilfe einer einmaligen numerischen FEM-Feldberechnung ermittelt.
- Die Wirbelströme besitzen nur eine axiale (z-) Komponente, so dass von einem zweidimensionalen Feldproblem ausgegangen werden kann. In einer späteren Arbeit wird ein verfeinertes Modell vorgestellt, bei dem die Wirbelströme auch eine tangential Komponente besitzen können, wodurch ein dreidimensionales Feldproblem entsteht. Die Magnetlänge kann dann auch klein gegenüber der Magnetbreite sein.

4 Grundgleichungen, Lösungsansatz

Zur Verkürzung der Schreibweise wird auf eine besondere Kennzeichnung der betrachteten v -ten Feldwelle verzichtet, d.h. ω , f , τ_p bezeichnen im Folgenden die Größen der v -ten Feldwelle.

Aus den Maxwell'schen Gleichungen für quasistationäre Felder [2] erhält man nach Einführung des Vektorpotentials \vec{A} gemäß

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \quad (3)$$

als Grundgleichung des Problems

$$\Delta \vec{A} = \kappa \mu \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (4)$$

Für das zweidimensionale Feldproblem (das vereinfachte Rechenmodell), das durch die Bedingungen

$$\frac{\partial}{\partial z} = 0 \quad B_z = 0 \quad G_x = G_y = 0 \quad \vec{A} = \vec{k} A_z \quad (5)$$

gekennzeichnet ist und nach Einführung komplexer Augenblickswerte gemäß

$$\underline{A}_z = \hat{A}_z e^{j(ax - \omega t)} \quad (6)$$

wird das Feldproblem im Bereich der allgemein i-ten Schicht durch folgende partielle Differentialgleichung

$$\Delta \underline{A}_{z,i} = \frac{\partial^2 \underline{A}_{z,i}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{A}_{z,i}}{\partial y^2} = -j \omega \kappa_i \mu_i \underline{A}_{z,i} \quad (7)$$

mit der allgemeinen Lösung

$$\underline{A}_{z,i} = \frac{\mu_0 \hat{a}_1}{a} \mu_{r,i} \left(\underline{C}_i \sinh(\underline{q}_i y) + \underline{D}_i \cosh(\underline{q}_i y) \right) e^{j(ax - \omega t)} \quad (8)$$

beschrieben. Über die charakteristische Gleichung

$$\underline{q}_i^2 = a^2 - j \omega \kappa_i \mu_i = (\beta_i - j \sigma_i)^2 \quad a^2 = a^2 (1 - j \alpha_i) \quad (9)$$

erhält man

$$\beta_i = \left| \sqrt{\frac{|\sqrt{1 + \alpha_i^2}| + 1}{2}} \right| \quad (10)$$

$$\sigma_i = \left| \sqrt{\frac{|\sqrt{1 + \alpha_i^2}| - 1}{2}} \right| \quad (11)$$

wobei

$$\alpha_i = \frac{2}{\pi^2} \frac{1}{(\delta_i / \tau_p)^2} \quad (12)$$

und

$$\delta_i = \sqrt{\frac{2}{\omega \kappa_i \mu_i}} \quad (13)$$

die mit den Materialkennwerten der i-ten Schicht berechnete Eindringtiefe der betrachteten v-ten Feldwelle sowie

$$a = \pi / \tau_p \quad (14)$$

sind.

Im Bereich des Luftspaltes ($i = 1$) gilt wegen $\kappa_1 = 0$

$$\alpha_1 = 0 \quad \beta_1 = 1 \quad \sigma_1 = 0 \quad \underline{q}_1 = a \quad (15)$$

5 Flussdichteverteilung

Aus der Verteilung des Vektorpotentials erhält man die x- und y-Komponenten der magnetischen Flussdichte im Bereich der i-ten Schicht.

$$\underline{B}_{x,i} = \frac{\partial \underline{A}_{z,i}}{\partial y} = \mu_0 \hat{a}_1 (\beta_i - j\sigma_i) \mu_{r,i} \left(\underline{C}_i \cosh(\underline{q}_i y) + \underline{D}_i \sinh(\underline{q}_i y) \right) e^{j(ax-\omega t)} \quad (16)$$

$$\underline{B}_{y,i} = -\frac{\partial \underline{A}_{z,i}}{\partial x} = -j \mu_0 \hat{a}_1 \mu_{r,i} \left(\underline{C}_i \sinh(\underline{q}_i y) + \underline{D}_i \cosh(\underline{q}_i y) \right) e^{j(ax-\omega t)} \quad (17)$$

6 Bestimmung der Integrationskonstanten

Das eigentliche Problem bei der Berechnung der Wirbelstromerscheinungen liegt in der Bestimmung der Integrationskonstanten \underline{C}_i und \underline{D}_i . Diese lassen sich aus den Randbedingungen an den Grenzflächen bestimmen. An Grenzflächen von zwei Schichten mit unterschiedlicher Permeabilität müssen die Normalkomponenten der magnetischen Flussdichte und die Tangentialkomponenten der magnetischen Feldstärke stetig übergehen.

An der Grenzfläche $y = y_{i+1}$ gilt für die magnetische Feldstärke

$$\underline{H}_{x,i}(y_{i+1}) = \underline{H}_{x,i+1}(y_{i+1})$$

$$\frac{\underline{B}_{x,i}(y_{i+1})}{\mu_{r,i}} - \frac{\underline{B}_{x,i+1}(y_{i+1})}{\mu_{r,i+1}} = 0 \quad (18)$$

und für die magnetische Flussdichte

$$\underline{B}_{y,i}(y_{i+1}) = \underline{B}_{y,i+1}(y_{i+1}) \quad (19)$$

An der Grenzfläche zwischen der n-ten Schicht und dem Läuferblechpaket bei $y = y_{n+1}$ gilt wegen $\mu_{Fe} = \infty$

$$\underline{H}_{x,n}(y_{n+1}) = \frac{\underline{B}_{x,n}(y_{n+1})}{\mu_0 \mu_{r,n}} = 0 \quad (20)$$

Ist die Läufer-nabe nicht geblecht sondern massiveisern, so muss auch in der Nabe mit Wirbelströmen gerechnet werden. Sie ist dann Teil des geschichteten verlustbehafteten Hohlzylinders. In diesem Fall lautet die Randbedingung

$$\underline{B}_{y,n}(y_{n+1}) = 0$$

An der Grenzfläche Ständerisen – Luftspalt bei $y = -\delta$ liefert das Durchflutungsgesetz:

$$\underline{H}_{x,1}(y_1) = \frac{\underline{B}_{x,1}(y_1)}{\mu_0} = \hat{a}_1 e^{j(ax-\omega t)} \quad (21)$$

Die Bestimmungsgleichungen für die Integrationskonstanten lassen sich als Gleichungssystem in Matrizenform darstellen. Da stets nur zwischen zwei benachbarten Schichten eine direkte Kopplung über die magnetischen Felder besteht, sind nur die Haupt- und Nebendiagonalen der Koeffizientenmatrix besetzt. Ein solches Gleichungssystem lässt sich sehr effektiv lösen.

7 Wirbelstromdichte

Aus der Verteilung des Vektorpotentials erhält man die Verteilung der Wirbelstromdichte im Bereich der i -ten Schicht:

$$\underline{G}_{z,i} = j\omega\kappa_i \underline{A}_{z,i} = ja\hat{a}_1\alpha_i \left(\underline{C}_i \sinh(\underline{q}_i y) + \underline{D}_i \cosh(\underline{q}_i y) \right) e^{j(ax-\omega t)} \quad (22)$$

8 Wirbelstromverluste

Die Wirbelstromverluste in der i -ten Schicht werden zweckmäßig über den komplexen Poyntingschen Vektor, den Vektor der Energieflussdichte, ermittelt:

$$\underline{S} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\underline{\vec{E}} \times \underline{\vec{H}}^* \right] \quad (23)$$

Da er nur eine y -Komponente besitzt, gilt:

$$\underline{S}_y = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\underline{E}_z \cdot \underline{H}_x^* \right] = \frac{1}{2\kappa\mu_0\mu_r} \operatorname{Re} \left[\underline{G}_z \cdot \underline{B}_x^* \right] \quad (24)$$

\underline{B}_x^* ist die zu \underline{B}_x konjugiert komplexe Größe.

Der Leistungsfluss durch die Grenzfläche $y = y_i$ ist dann

$$P_i(y_i) = -2vp \int_{x=0}^{\tau_p} \int_{z=0}^{l_i} \underline{S}_{y,i}(y_i) dz dx = -2vp\alpha_p\tau_p l_i \underline{S}_{y,i}(y_i)$$

$$P_i(y_i) = -\frac{2p \alpha_p \tau_p l_i}{\kappa_i \mu_0 \mu_{r,i}} \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\underline{G}_{z,i}(y_i) \cdot \underline{B}_{x,i}^*(y_i) \right] \quad (25)$$

$$P_i(y_i) = -2vp \alpha_p l_i (\tau_p \hat{a}_1)^2 f \mu_0 \mu_{r,i} \left(\operatorname{Re} \underline{g}_{z,i} \operatorname{Re} \underline{b}_{x,i} + \operatorname{Im} \underline{g}_{z,i} \operatorname{Im} \underline{b}_{x,i} \right) \quad (26)$$

In Gl. (26) sind f die Frequenz, τ_p die Polteilung und \hat{a}_1 die Amplitude des Ersatzstrombelages der gerade betrachteten v -ten Feldwelle.

$$\underline{g}_{z,i} = \frac{\underline{G}_{z,i}}{a \hat{a}_1} \quad \text{und} \quad \underline{b}_{x,i} = \frac{\underline{B}_{x,i}}{\mu_0 \hat{a}_1}$$

bezeichnen die Wirbelstromdichte und die magnetische Flussdichte in normierter Form an der Grenzfläche $y = y_i$.

Die Wirbelstromverluste in der i -ten Schicht erhält man aus der Differenz der Leistungsflüsse durch die obere ($y = y_i$) und untere ($y = y_{i+1}$) Grenzfläche der i -ten Schicht:

$$P_{w,i} = -2vp \alpha_p \tau_p l_i \left(\underline{S}_{y,i}(y_i) - \underline{S}_{y,i+1}(y_{i+1}) \right) \quad (27)$$

Eine ausführliche Darstellung der Theorie wird in [7] gegeben. Das bekannte Zweischichtmodell [3, 4, 5, 6], bestehend aus Luftspalt (1) und Permanentmagnet (2), ist in der vorgestellten Theorie als Sonderfall $n = 2$ enthalten.

9 Ersatzstrombelag

Da die exakte analytische Berechnung der magnetischen Leitwertfunktion des Luftspaltes große Schwierigkeiten bereitet, werden die anregenden Flussdichtewellen mit Hilfe einer numerischen Feldberechnung ermittelt: Mit Hilfe einer FEM-Feldberechnung wird der Verlauf der magnetischen Flussdichte im Luftspalt in geringem Abstand d (z.B. $d = 0,5$ mm) von der Ständerbohrung numerisch berechnet. Eine Fourier-Analyse dieses Flussdichteverlaufes liefert die Amplituden der anregenden Drehfelder. Anschließend werden die Amplituden dieser Drehfelder analytisch mit dem vorgestellten Rechenmodell berechnet. Durch Gleichsetzen der numerisch und analytisch berechneten Amplituden der Drehfelder an der Stelle $y_0 = -\delta + d$

$$\hat{B}_{y,v}^{\text{num}}(y_0) = \hat{B}_{y,v}^{\text{ana}}(y_0), \quad (28)$$

wobei

$$\hat{B}_{y,v}(y_0) = \mu_0 \hat{a}_{1,v} \left| \underline{C}_1 \sinh(ay_0) + \underline{D}_1 \cosh(ay_0) \right| \quad (29)$$

erhält man die Amplituden der Ersatzstrombeläge $\hat{a}_{1,v}$.

Der Algorithmus zur Berechnung der Wirbelstromverluste ist in eine Procedure umgesetzt worden.

Als Eingangsgrößen werden übergeben:

die Anzahl der Schichten n , die Schichtdicken d_i , die elektrischen Leitfähigkeiten κ_i und die relativen Permealitäten $\mu_{r,i}$ der n Schichten sowie die Frequenz f_v , die Polteilung τ_{pv} und die Amplitude $\hat{B}_v(y_0)$ der v -ten Feldwelle, deren Wirbelstromverluste berechnet werden sollen.

Die Procedure liefert:

die Amplitude des Ersatzstrombelages $\hat{a}_{1,v}$, die Wirbelstromverluste $P_{w,i}$ in den n Schichten, die von der betrachteten v -ten Feldwelle verursacht werden sowie die radialen Flussdichte- und Wirbelstromdichteverteilungen.

Auf einem modernen PC und bei Wahl von $n = 10$ benötigt die Procedure etwa 1,5 ms. Die Berechnung der Wirbelstromverluste in den Permanentmagneten lässt sich somit problemlos in den Maschinenentwurf und in die Optimierung einbeziehen.

Literatur

- [1] Lange, A.: *Analytische Methoden zur Berechnung elektromagnetischer und thermischer Probleme in elektrischen Maschinen.*
Diss. TU Braunschweig 2000
- [2] Wunsch, G.: *Feldtheorie, Bd. I und II.*
Verlag Technik, Berlin 1976
- [3] Weschta, A.: *Entwurf und Eigenschaften permanent-erregter Synchronmotoren.*
Diss. Univ. Erlangen-Nürnberg 1983
- [4] Heil, J.: *Auslegung und Betriebsverhalten von permanenterregten Synchronmaschinen mit maschinenkommutiertem Frequenzumrichter.*
Diss. TH Darmstadt, 1990
- [5] Greifenstein, E.: *Entwurf, Konstruktion und experimentelle Untersuchungen von hochtourigen Drehstrommaschinen mit Käfigläufer und mit Permanentmagnetläufer.*
Diss. TH Darmstadt 1999
- [6] Binder, A.; Lu, T.: *Losses in inverter-fed permanent magnet high-speed machines.*
SPEEDAM 2002, Ravello, Proc. C5 pp.39-49
- [7] Beckert, U.: *Modelle und Algorithmen zur analytischen Berechnung der Wirbelströme und Wirbelstromverluste in den Permanentmagneten von Grenzleistungs-PM-Synchronmaschinen.*
Forsch.Ber. IfE TU BAF 2005

Formelzeichen

A	Vs / m	magnetisches Vektorpotential
a_1, \hat{a}_1	A / m	Ersatz-Strombelag
B, \hat{B}	T	magnetische Flussdichte
C, D		Integrationskonstante
E	V / m	elektrische Feldstärke
f	Hz	Frequenz
G	A / m^2	Wirbelstromdichte
H	A / m	magnetische Feldstärke
l_i	m	Magnetlänge
n		Schichtenzahl
p		Polpaarzahl
P_i	W	Leistungsfluss durch die Grenzfläche y_i
P_w	W	Wirbelstromverluste
S	W / m^2	Poynting'sche Vektor
t	s	Zeit
x, y, z	m	kartesische Koordinaten im läuferfesten System
α_p		Polbedeckungsfaktor
δ	m	Luftspaltlänge
δ	m	Eindringtiefe
Δ		Laplace-Operator
κ	S / m	elektrische Leitfähigkeit
μ	Vs / Am	Permeabilität
μ_0	Vs / Am	Permeabilität des Vakuums
μ_{Fe}		Permeabilität des Dynamobleches
μ_r		relative Permeabilität
v		Ordnungszahl der Harmonischen
τ_p	m	Polteilung
ω	$1 / s$	Kreisfrequenz

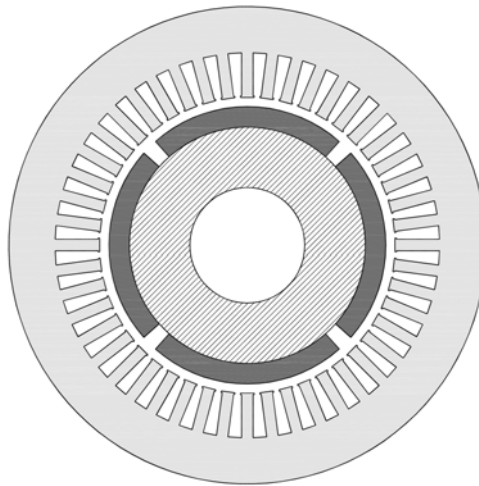


Bild 1: Zugrunde gelegte Anordnung

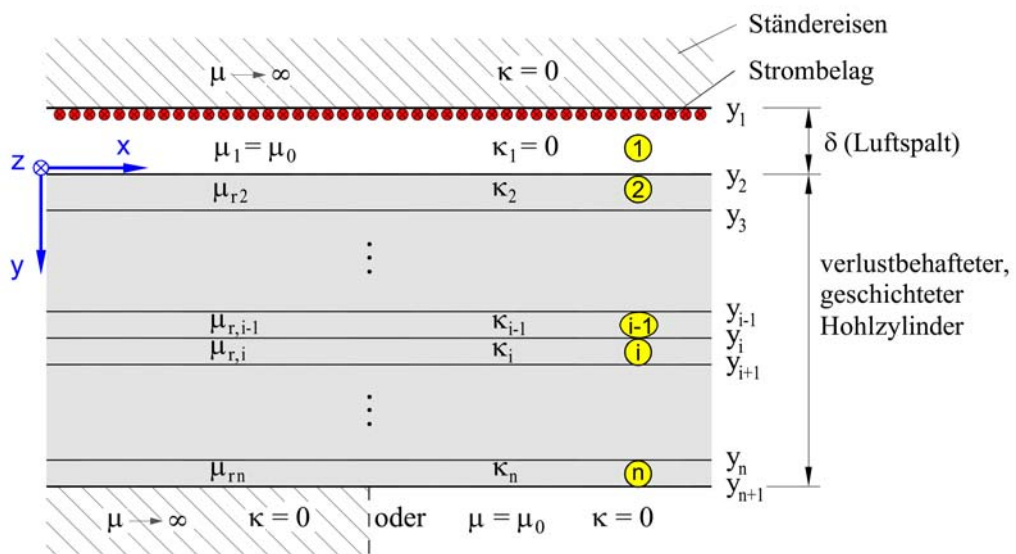


Bild 4: Verwendetes Rechenmodell

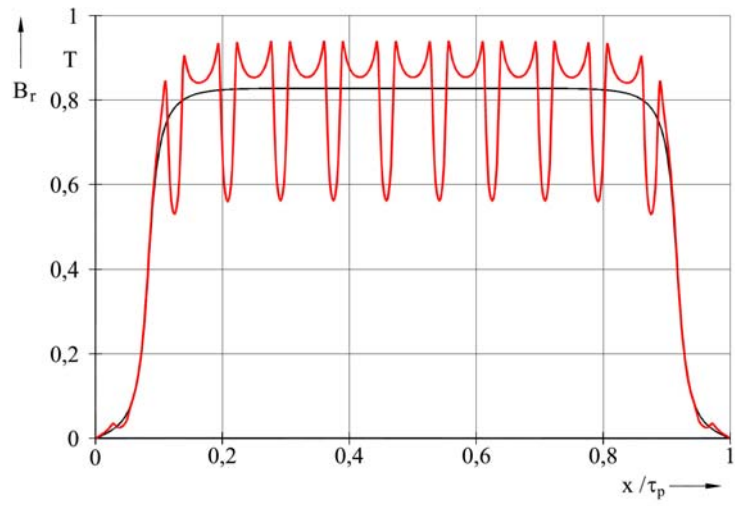


Bild 2: Nutzungsbedingte Modulation des Polradfeldes

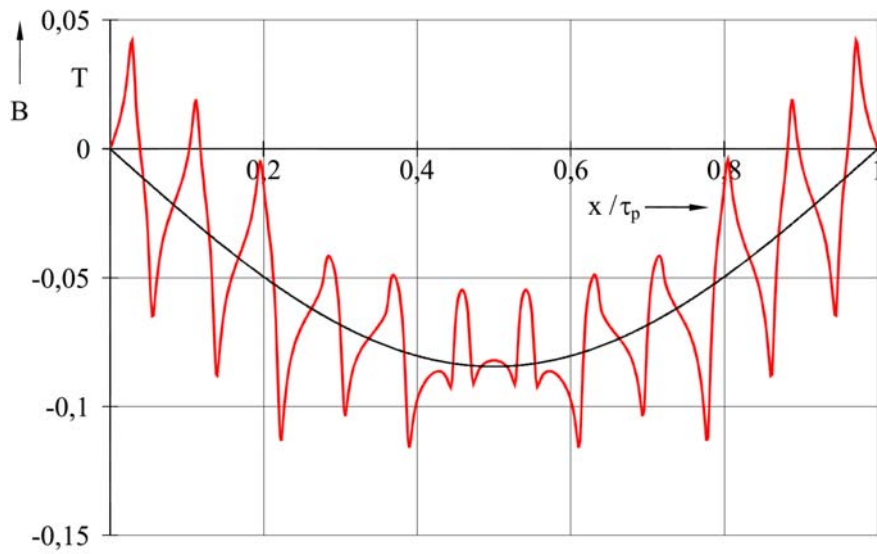


Bild 3: Nutzungsbedingte Modulation des Ankerfeldes