

antriebstechnik

Beckert, U.:
Transiente Stromverdrängung in Windenergie-Generatoren
großer Leistung
antriebstechnik 47 (2008), H.8, S. 30-36

Transiente Stromverdrängung in Windenergie-Generatoren

großer Leistung

Ulrich Beckert

Zusammenfassung

Die doppelt-gespeiste Asynchronmaschine (DGAM) stellt eine wichtige Form des drehzahlvariablen Windenergie-Generators dar. Im Multi-MW-Bereich führt die Auslegung der Läuferwicklung auf eine Zweischichtstabwicklung, die zur Verminderung der Oberwellen heute meistens gesehen ausgeführt wird. Bei kurzschlussähnlichen Ausgleichsvorgängen tritt in den Läuferstäben starke Stromverdrängung auf, die das dynamische Verhalten wesentlich beeinflusst. Im Beitrag wird das dynamische Modell der DGAM mit einer gesehenen Zweischicht-Stabwicklung unter Berücksichtigung der transienten Stromverdrängung vorgestellt.

Transient skin effect in wind-generator of the high power

Abstract

The double-feeding induction generator (DFIG) represents one important form of the variable-speed generators. In the multi-MW range the design of the rotor winding leads to a two-layer bar winding, today mostly implemented as chorded winding in order to minimize current harmonics. During short-circuit-like transient situations strong skin-effect can be observed in the rotor bars, which significantly influences the dynamic characteristic. In this contribution the dynamic model of the DFIG with chorded two-layer winding and considering dynamic skin-effect will be presented.

Transiente Stromverdrängung in Windenergie-Generatoren großer Leistung

Ulrich Beckert, Technische Universität Bergakademie Freiberg, Institut für Elektrotechnik

Herrn Prof. Dr. sc. techn. Dr. h.c. P.-K. Budig zum 80. Geburtstag gewidmet

1 Einleitung

Die Schleifringläufer-Asynchronmaschine als sog. doppelt-gespeiste Asynchronmaschine (DGAM) stellt die Alternative zur umrichter-gespeisten Synchronmaschine beim Einsatz als drehzahlvariabler Generator für Windkraftanlagen dar. Die Vorteile des Generatorkonzeptes mit der DGAM sind gut bekannt: Während beim Generatorkonzept mit der Synchronmaschine die gesamte Leistung über den Umrichter fließt, braucht bei der DGAM der im Läuferkreis liegende Frequenz-Umrichter (**Bild 1**) nur die Läufer-scheinleistung zu liefern. Diese ist dem Schlupf proportional und beträgt deshalb nur einen Bruchteil der Ständerleistung, sofern man sich auf einem schmalen Drehzahlbereich um die Synchron-drehzahl beschränkt, s. **Bild 2**. Die DGAM bietet außerdem den Vorteil, dass im generatorischen Betrieb Wirk- und Blindleistung unabhängig voneinander und vollständig entkoppelt von der Drehzahl geregelt werden können [1...4], wenn die gesamte Regelung am rotierenden Ständerflussraumvektor orientiert wird. Während das stationäre Betriebsverhalten und die Regelung der DGAM heute weitgehend als gelöst und Stand der Technik sind, ist das dynamische Verhalten der DGAM, z.B. bei Netzstörungen, noch immer unvollständig gelöst.

Bei DGAM im Multi-MW-Bereich führt die Auslegung der Läuferwicklung auf eine Zweischicht-Stabwicklung. Die Leiterquerschnitte ähneln zunehmend den Hochstäben von Kurzschlussläufer-Asynchronmotoren großer Leistungen mit Stabhöhen von 30 mm [5]. Bei kurzschlussähnlichen Ausgleichsvorgängen tritt in den Läuferstäben starke transiente Stromverdrängung auf. Diese beeinflusst das dynamische Betriebsverhalten wesentlich.

Das zentrale Problem bei der Berechnung transienter Vorgänge besteht darin, dass nicht mehr von einem sinusförmigen Stromverlauf ausgegangen werden kann, sondern ein zeitlich beliebiger Verlauf zugrunde gelegt werden muss. Damit versagt auch das klassische Verfahren, die Stromverdrängung durch eine frequenzabhängige Vergrößerung der Stabwiderstände und eine frequenzabhängige Verminderung der Nutstreueinduktivität zu erfassen.

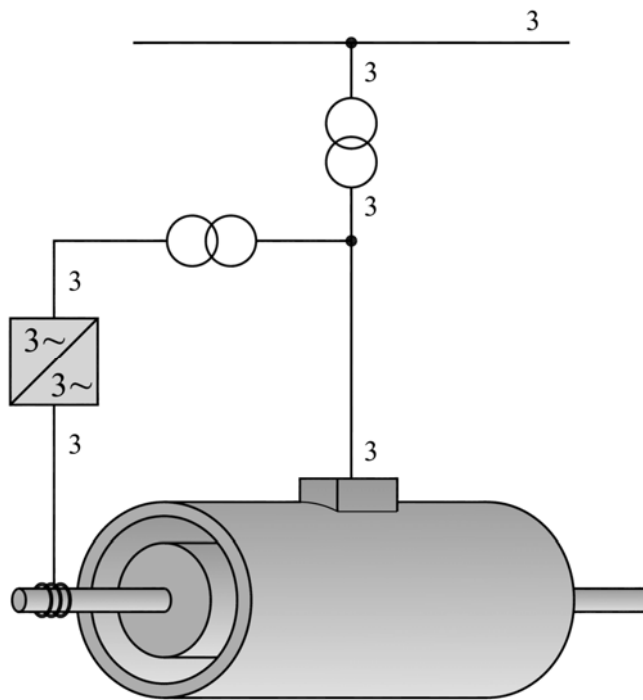


Bild 1: DGAM als drehzahlvariabler Generator

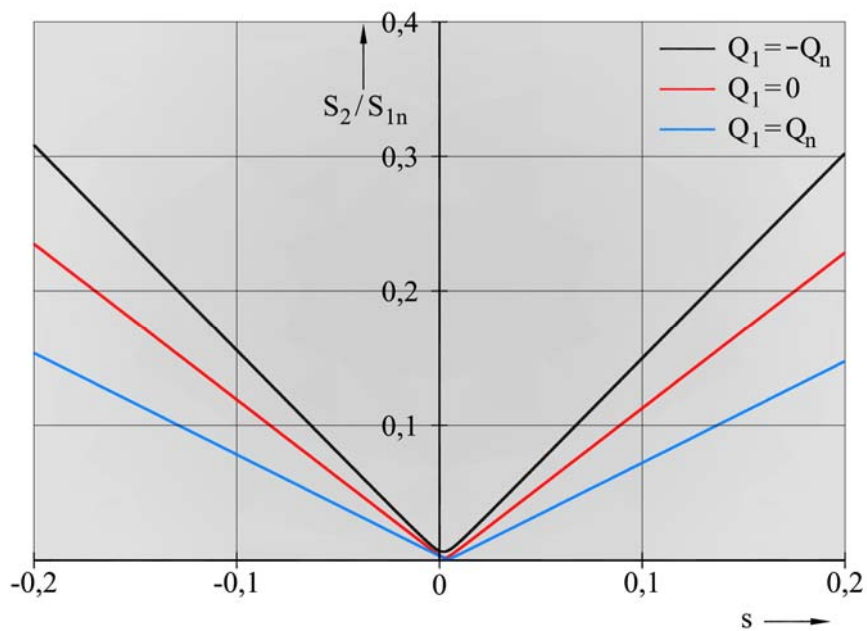


Bild 2: Umrichterscheinleistung als Funktion des Schlupfes bei generatorischem Betrieb mit Nennwirkleistung

In [9] wurde das Problem der transienten Stromverdrängung in einer ungesehnten Zweischicht-Stabwicklung, bei der Ober- und Unterstab immer zum gleichen Strang gehören, gelöst. Die sich über den Stabhöhen einstellenden transienten Stromdichteverteilungen wurden durch Treppenkurven angenähert. Dies entspricht einer fiktiven Unterteilung von Unter- und Oberstab in je n stromverdrängungsfreie Teilstäbe. Auf diese Weise erhält man das Modell einer Asynchronmaschine mit $2n$ Drehstromwicklungen im Läufer.

Zur Verbesserung der Form der induzierten Ständerspannung wird die Läuferwicklung von DGAM heute meistens gesehnt ausgeführt. D.h., die Spulenweite W wird gezielt kleiner als eine Polteilung τ_p gewählt, um bestimmte Oberwellen zu vermindern. Die Sehnung führt dazu, dass nicht mehr in jeder Läufernut Ober- und Unterstab zum gleichen Strang gehören, s. **Bild 3**.

Bei einer gesehnten Zweischicht-Stabwicklung tritt im dynamischen Betrieb zusätzlich das Problem auf, dass in den Oberstäben eines Stranges unterschiedliche transiente Stromverdrängungen auftreten, abhängig davon, ob die Unterstäbe zum gleichen oder zu einem anderen Strang gehören. Dagegen wird die Stromverdrängung in den Unterstäben durch die Sehnung nicht beeinflusst.

Im Beitrag wird das dynamische Modell einer Asynchronmaschine mit einer gesehnten Zweischicht-Stabwicklung im Läufer entwickelt.

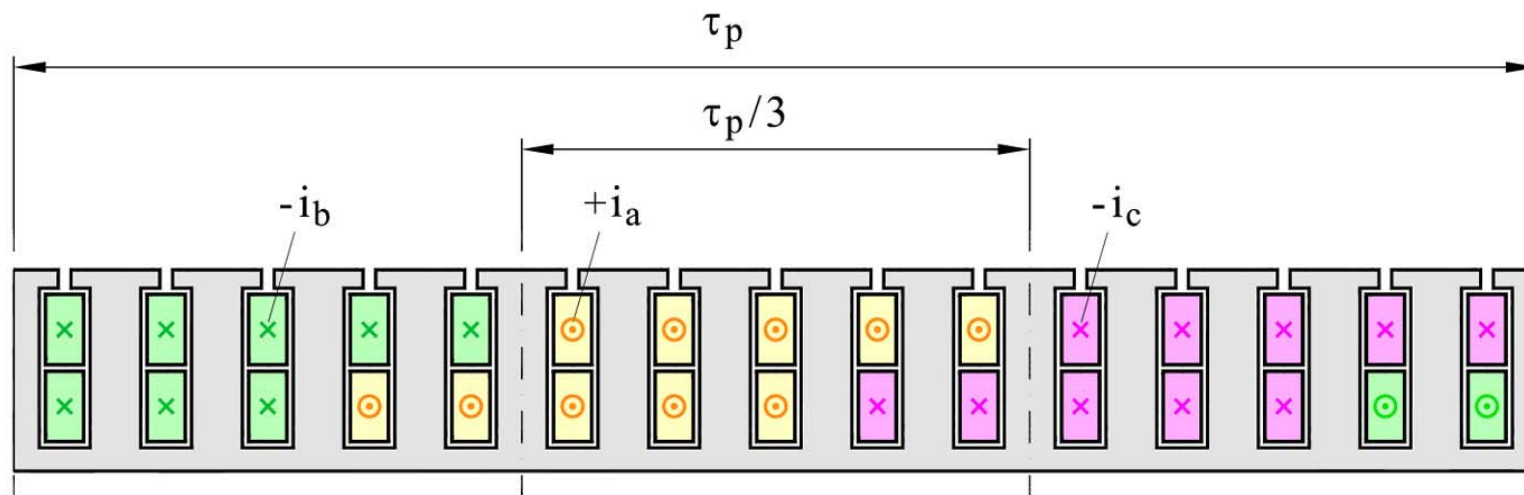


Bild 3: Stromverteilung in einer gesehten Zweisicht-Stabwicklung im Bereich einer Polteilung

2 Modell der Schleifringläuferasynchronmaschine ohne Sehnung

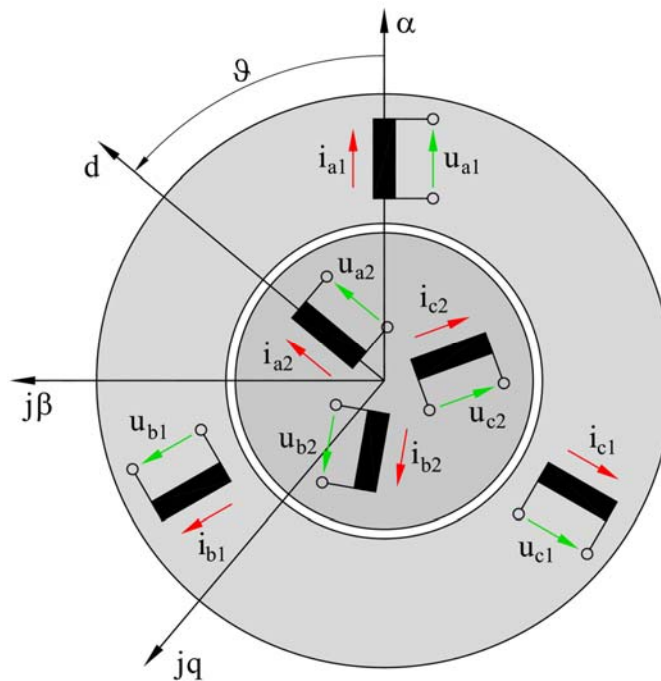


Bild 4: Ersatzbild der Asynchronmaschine

Unter den üblichen idealisierenden Annahmen

- eines vollkommen symmetrischen Aufbaus der Maschine (**Bild 4**),
- eines sinusförmigen Luftspaltfeldes,
- eines konstanten Sättigungszustandes,
- bei Vernachlässigung der Eisenverluste sowie
- bei Annahme einer ungesehnten, in Stern geschalteten Zweischicht-Stabwicklung im Läufer

wird dieses Modell durch folgendes Gleichungssystem im ständerbezogenen Koordinatensystem (α, β) beschrieben [6, 9]:

Im Fall, dass die Stromverdrängung in den Läuferstäben vernachlässigt werden kann, gelten die Ständerspannungsdifferentialgleichung

$$\frac{d\underline{\psi}_1}{dt} = \underline{\dot{\psi}}_1 = \underline{u}_1 - R_1 \underline{i}_1 \quad (1)$$

die Läuferdifferentialgleichung

$$\frac{d\underline{\psi}_2}{dt} = \underline{\dot{\psi}}_2 = \underline{u}_2 - R_2 \underline{i}_2 + jn \underline{\psi}_2 \quad (2)$$

die Ständer- und Läuferflussverkettungen

$$\underline{\psi}_1 = X_1 \underline{i}_1 + X_h \underline{i}_2 \quad (3)$$

$$\underline{\psi}_2 = X_h \underline{i}_1 + X_2 \underline{i}_2 \quad (4)$$

das elektromagnetisch entwickelte Drehmoment

$$m_i = (\underline{\psi}_1 \times \underline{i}_1) \quad (5)$$

die Bewegungsdifferentialgleichung (Einmassendrehchwinger)

$$\frac{dn}{dt} = \dot{n} = \frac{1}{T_A} (m_i - m_w) \quad (6)$$

Tritt in den Läuferstäben transiente Stromverdrängung auf, so werden die sich über den Stabhöhen von Unter- und Oberstab einstellenden transienten Stromdichteverteilungen durch Treppenkurven angenähert. Dies entspricht der fiktiven Unterteilung von Unter- und Oberstab in je n stromverdrängungsfreie Teilstäbe gemäß **Bild 5**. Auf diese Weise entsteht das Modell einer Schleifringläuferasynchronmaschine mit $2n$ Drehstromwicklungen im Läufer. Diese sind über das Hauptfeld und das Nutstrefelfeld magnetisch gekoppelt und sind über gemeinsame stromverdrängungsfreie Stirnverbindungen galvanisch verbunden. Die allgemein μ -te Drehstromwicklung wird aus den i -ten Teilstäben der Oberstäbe und den j -ten Teilstäben der Unterstäbe gebildet. Es gelten dann

die Spannungsdifferentialgleichung der μ -ten Drehstromwicklung im Läufer:

$$\frac{d\underline{\psi}_{2\mu}}{dt} = \underline{u}_2 - (R_{St,i} \underline{i}_{2,i} + R_{St,j} \underline{i}_{2,j} + R_{Stim} \underline{i}_2) + jn \underline{\psi}_{2\mu} \quad (7)$$

die Flussverkettung der μ -ten Läuferwicklung:

$$\underline{\psi}_{2,\mu} = X_h \underline{i}_1 + (X_h + X_{\sigma 2red}) \underline{i}_2 + \underline{\psi}_{\sigma n 2,\mu} \quad (8)$$

die Nutstrefelflussverkettung der μ -ten Läuferwicklung:

$$\underline{\psi}_{\sigma n 2,\mu} = \underline{\psi}_{\sigma n St j} + \underline{\psi}_{\sigma n St i} = \sum_{k=1}^{2n} [X_{\sigma n j,k} + X_{\sigma n i,k}] \underline{i}_{2k}, \quad (9)$$

wobei $i = 1 \dots n$
 $i = (n+1) \dots (2n)$

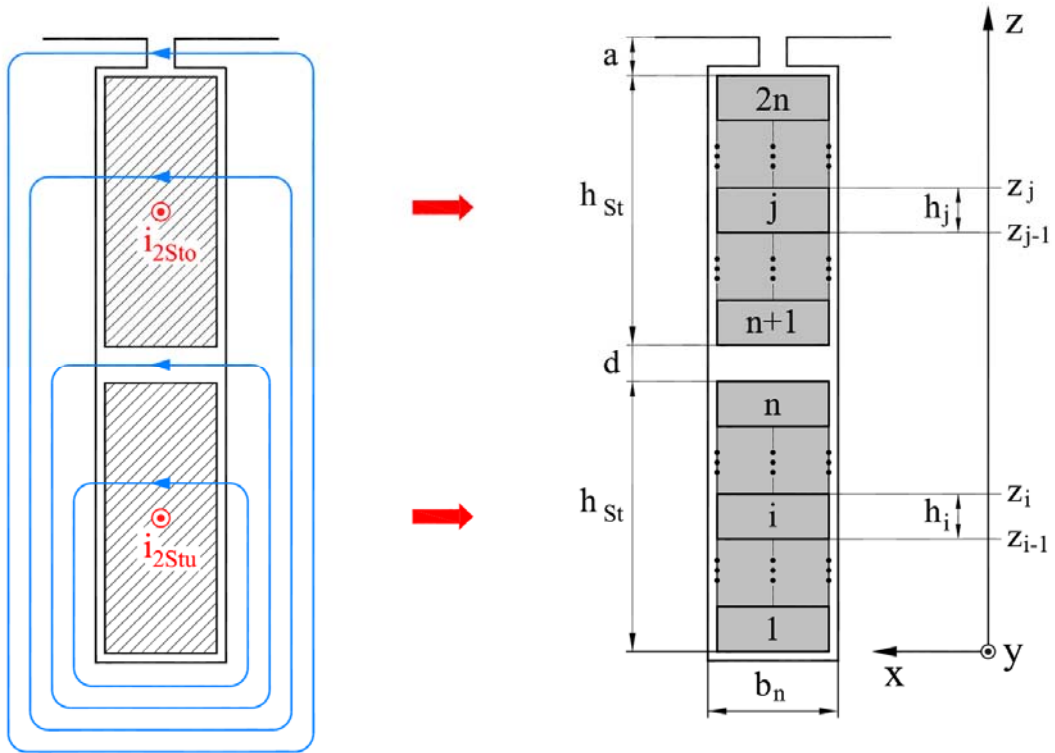


Bild 5: Nutquerfeld und fiktive Unterteilung von Unter- und Oberstab in je n stromverdrängungsfreie Teilstäbe

Für die Teilstabströme gilt die Nebenbedingung:

$$\sum_{k=1}^n \dot{i}_{2k} = \sum_{k=n+1}^{2n} \dot{i}_{2,k} = \dot{i}_2 \quad (10)$$

In der Läuferstreureaktanz

$$X_{\sigma 2 \text{ red}} = X_{\sigma 2} - X_{\sigma n 2}$$

ist der Nutstreuanteil, der wegen der Stromverdrängung gesondert behandelt wird, nicht mehr enthalten.

Für die komplexen Raumvektoren gilt die Definition nach KOVACS [7]:

$$\underline{g} = \frac{2}{3} \left(g_a(t) + \underline{a} g_b(t) + \underline{a}^2 g_c(t) \right) = g_\alpha + j g_\beta \quad , \quad (11)$$

wobei

$$\underline{a} = e^{j2\pi/3} \quad , \quad \underline{a}^3 = 1 \quad \text{und} \quad \frac{1}{\underline{a}} = \underline{a}^2 \quad (12)$$

Ohne besondere Kennzeichnung sind alle Läufergrößen unter Benutzung des reellen Übersetzungsverhältnisses

$$\ddot{u} = \frac{w_1 \xi_{1,1}}{w_2 \xi_{2,1}} \quad (13)$$

auf den Ständer umgerechnet.

Außerdem sind alle vorkommenden Variablen und Parameter normiert. Dabei wurden, wie üblich, folgende Bezugsgrößen (Index B) verwendet [6, 9]:

$$\begin{aligned} f_B &= f_{1n} & U_B &= \sqrt{2} U_{1n} \\ n_B &= \frac{f_{1n}}{p} & I_B &= \sqrt{2} I_{1n} \\ \omega_B &= \omega_{1n} = 2\pi f_{1n} & R_B &= X_B = \frac{U_B}{I_B} \\ t_B &= \frac{1}{\omega_B} = \frac{1}{2\pi f_{1n}} & \psi_B &= \frac{U_B}{\omega_B} = \frac{\sqrt{2} U_{1n}}{2\pi f_{1n}} \\ M_B &= \frac{P_B}{\omega_B / p} = \frac{3p U_{1n} I_{1n}}{2\pi f_{1n}}, \end{aligned} \quad (14)$$

wobei U_{1n} die Nennstrangspannung, I_{1n} der Nennstrangstrom und f_{1n} die Nennfrequenz sind.

3 Transiente Stromverdrängung in einer Zweischichtstabwicklung

Ursache für die Stromverdrängung in den Läuferstäben ist die Erscheinung der Induktion. Wird ein elektrischer Leiter von einem zeitveränderlichen Magnetfeld durchsetzt, entsteht in ihm nach dem Induktionsgesetz

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{0}{\partial t} \vec{B}$$

zunächst ein Feldstärkewirbel, der gemäß

$$\vec{G} = - \kappa \vec{E}$$

einen Stromdichtewirbel bzw. Wirbelströme zur Folge hat [10]. Im vorliegenden Fall einer Zweischicht-Stabwicklung (**Bild 5**) wird das auf die Leiter einwirkende Magnetfeld durch die

Stabströme $i_{2\text{Stu}}(t)$ und $i_{2\text{Sto}}(t)$ selbst aufgebaut. Aus der Überlagerung der Stabströme und der Wirbelströme ergeben sich ungleichmäßige Stromdichteverteilungen über den Stabhöhen, die Stromverdrängung.

3.1 Voraussetzungen für die Erfassung der transienten Stromverdrängung

- Die Läuferfalten haben eine Geometrie entsprechend **Bild 5**. In jeder Läuferfalte liegen zwei Rechteckstäbe der Breite b_{St} und der Höhe h_{St} übereinander.
- Im dynamischen Betrieb fließen im Unter- und Oberstab die zeitlich beliebig verlaufenden Stabströme $i_{2\text{Stu}}(t)$ und $i_{2\text{Sto}}(t)$.
- In einer **ungesehten** Zweischicht-Stabwicklung gehören Unter- und Oberstab einer Läuferfalte stets zum gleichen Strang. Es gilt deshalb immer

$$i_{2\text{Stu}}(t) = i_{2\text{Sto}}(t) = i_{2\text{Strang}}(t)$$

- In einer **gesehten** Zweischicht-Stabwicklung existieren, abhängig von der Sehnung W/τ_p , je Strang

N_u Nuten, in denen nur der Unterstab,

N_o Nuten, in denen nur der Oberstab und

N_v Nuten, in denen der Unter- und der Oberstab (Index v = vollständig),

zum betrachteten Strang gehören, s. **Bild 3**. Es gilt

$$\begin{aligned} N_o = N_u &= \frac{N_2}{3} \left[3 \left(1 - \frac{W}{\tau_p} \right) \right] \\ N_v &= \frac{N_2}{3} \left[1 - 3 \left(1 - \frac{W}{\tau_p} \right) \right] \end{aligned} \quad (15)$$

- Zur Erfassung der transienten Stromverdrängung wird die sich über den Stabhöhen einstellende transiente Stromdichteverteilung durch eine Treppenkurve angenähert. Dies entspricht einer fiktiven Unterteilung der Unter- und Oberstäbe in je n stromverdrängungsfreie Teilstäbe gemäß **Bild 5**. Die Selbst- und Gegeninduktivitäten der Teilstäbe und die Teilstabwiderstände bestimmen dann die Stromverdrängung.

Bei Berechnung des Nutstreuinduktivitäten wird vorausgesetzt, dass

- die magnetische Feldstärke innerhalb der Läufernut nur eine Komponente senkrecht zur Nutmittellinie, nur eine x-Komponente, besitzt (reines Nutquerfeld),
- die magnetischen Spannungsabfälle im Eisen vernachlässigt werden können und
- die Nut bzw. die Rechteckstäbe gegenüber ihren übrigen Abmessungen lang sind, so dass ein zweidimensionales Problem vorliegt.

Die Vernachlässigung der Eisensättigung bei der Berechnung der Stromverdrängung ist gerechtfertigt. Die Gefahr einer Sättigung der Streuwege besteht nur im Bereich der Zahnköpfe bei kleinen Nutschlitzweiten. Diese sind jedoch bei WE-Generatoren großer Leistung nicht üblich. Außerdem würde eine Sättigung der Zahnköpfe im Bereich der Nutschlitz die Stromverdrängung in den Stäben nicht beeinflussen.

3.2 Nutstrefeld bei transienter Stromverdrängung

Zur Nutstreuflussverkettung des allgemein i-ten Teilstabes tragen alle Teilstabströme bei. Für ihren Augenblickswert gilt:

$$\Psi_{\text{onSti}} = \sum_{k=1}^{2n} l_{\text{oni},k} i_{2k} \quad (16)$$

Für die Selbst- und Gegeninduktivitäten des Nutstreuflusses erhält man unter den getroffenen Annahmen [8]:

$$l_{\text{oni},i} = \mu_0 l_{\text{Fe}} \left[\frac{1}{3} \frac{h_i}{b_n} + \frac{d}{b_n} + \sum_{j=i+1}^{2n} \frac{h_j}{b_n} + \frac{a}{s} \right]$$

$$l_{\text{onk},i} = \mu_0 l_{\text{Fe}} \left[\frac{1}{2} \frac{h_i}{b_n} + \frac{d}{b_n} + \sum_{j=i+1}^{2n} \frac{h_j}{b_n} + \frac{a}{s} \right] \text{ für } k < i \quad (17)$$

$$l_{\text{onk},i} = l_{\text{onk},i}$$

Außerdem müssen zu jedem Zeitpunkt die Summen der Teilströme des Unterstabes und des Oberstabes den in den Stäben fließenden Strangströmen entsprechen.

$$\sum_{k=1}^n \dot{i}_{2k} = \dot{i}_{2Stu} \quad (18)$$

$$\sum_{k=n+1}^{2n} \dot{i}_{2k} = \dot{i}_{2Sto} \quad (19)$$

Im Fall der ungesehnten Zweischichtwicklung werden Unter- und Oberstab vom gleichen Strangstrom durchflossen. Schreibt man die Nutstreifflussverkettung des i -ten Teilstabes für alle drei Stränge an und fasst diese drei Gleichungen zu einem Raumvektor gemäß Gl. (11) zusammen, so erhält man

$$\underline{\Psi}_{\sigma nSti} = \sum_{k=1}^{2n} l_{\sigma ni,k} \dot{i}_{2k} \quad (20)$$

mit

$$\sum_{k=1}^n \dot{i}_{2k} = \sum_{k=n+1}^{2n} \dot{i}_{2k} = \dot{i}_2 \quad (21)$$

Darin ist

$$\dot{i}_{2k} = \frac{2}{3} \left(\dot{i}_{2ak} + \underline{a} \dot{i}_{2bk} + \underline{a}^2 \dot{i}_{2ck} \right) \quad (22)$$

der Raumvektor des k -ten Läuferstabsstromes.

3.3 Stationäre Stromverdrängung

Zum besseren Verständnis wird zunächst die Stromverdrängung für den stationären Betrieb berechnet, bei dem die Stabströme sinusförmig verlaufen und die Läuferströme ein symmetrisches Drehstromsystem bilden. Dazu muss ein komplexes Gleichungssystem von je $(n-1)$ Maschengleichungen für den Unter- und Oberstab vom Typ

$$\underline{I}_{2,i} - \underline{I}_{2,i+1} + j \omega \frac{1}{R_{St,i}} \sum_{k=1}^{2n} (l_{\sigma ni,k} - l_{\sigma ni+1,k}) \underline{I}_{2,k} = 0 \quad (23)$$

für $i = 1 \dots (n-1)$

und $i = (n+1) \dots (2n-1)$

mit den Nebenbedingungen

$$\sum_{k=1}^n \underline{I}_{2,k} = 1 \cdot e^{j\varphi_0} \qquad \sum_{k=n+1}^{2n} \underline{I}_{2,k} = 1 \cdot e^{j\varphi_0} \qquad (24)$$

gelöst werden.

Die Ergebnisse der Rechnungen lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

- In den Unterstäben tritt einseitige, in den Oberstäben zweiseitige Stromverdrängung auf.
- Die einseitige Stromverdrängung im Unterstab ist unabhängig davon, welcher Strangstrom im Oberstab fließt, bzw. ob im Oberstab überhaupt ein Strangstrom fließt.
Erklärung: Alle Teilstäbe des Unterstabes besitzen mit einem Teilstab des Oberstabes die gleiche Nutstreifungsverkettung.
- Dagegen ist es für die zweiseitige Stromverdrängung im Oberstab wesentlich, zu welchem Strang der Unterstab gehört. **Bild 6** zeigt exemplarisch die stationäre Stromverdrängung in einer gesehten Zweischichtstabwicklung für $f = 50 \text{ Hz}$; $h_{st} = 30 \text{ mm}$; $\kappa = 56 \text{ m}/\Omega \text{ mm}^2$.
- Fließt nur im Unterstab ein Wechselstrom, so befindet sich der Oberstab im homogenen Wechselfeld des Unterstabes. Die durch Induktion im Oberstab entstehenden Wirbelströme verlaufen symmetrisch zur Stabmitte ($h_{st}/2$). Für die Teilstabströme gilt:

$$\underline{I}_{2,2n} = -\underline{I}_{2,n+1} \qquad \underline{I}_{2,2n-1} = -\underline{I}_{2,n+2} \quad \text{usw.}$$

- Wird nur der Oberstab von einem Strangstrom durchflossen, dann stellt sich im Oberstab die gleiche einseitige Stromverdrängung wie im Unterstab ein, wenn dieser vom selben Strangstrom durchflossen wird.

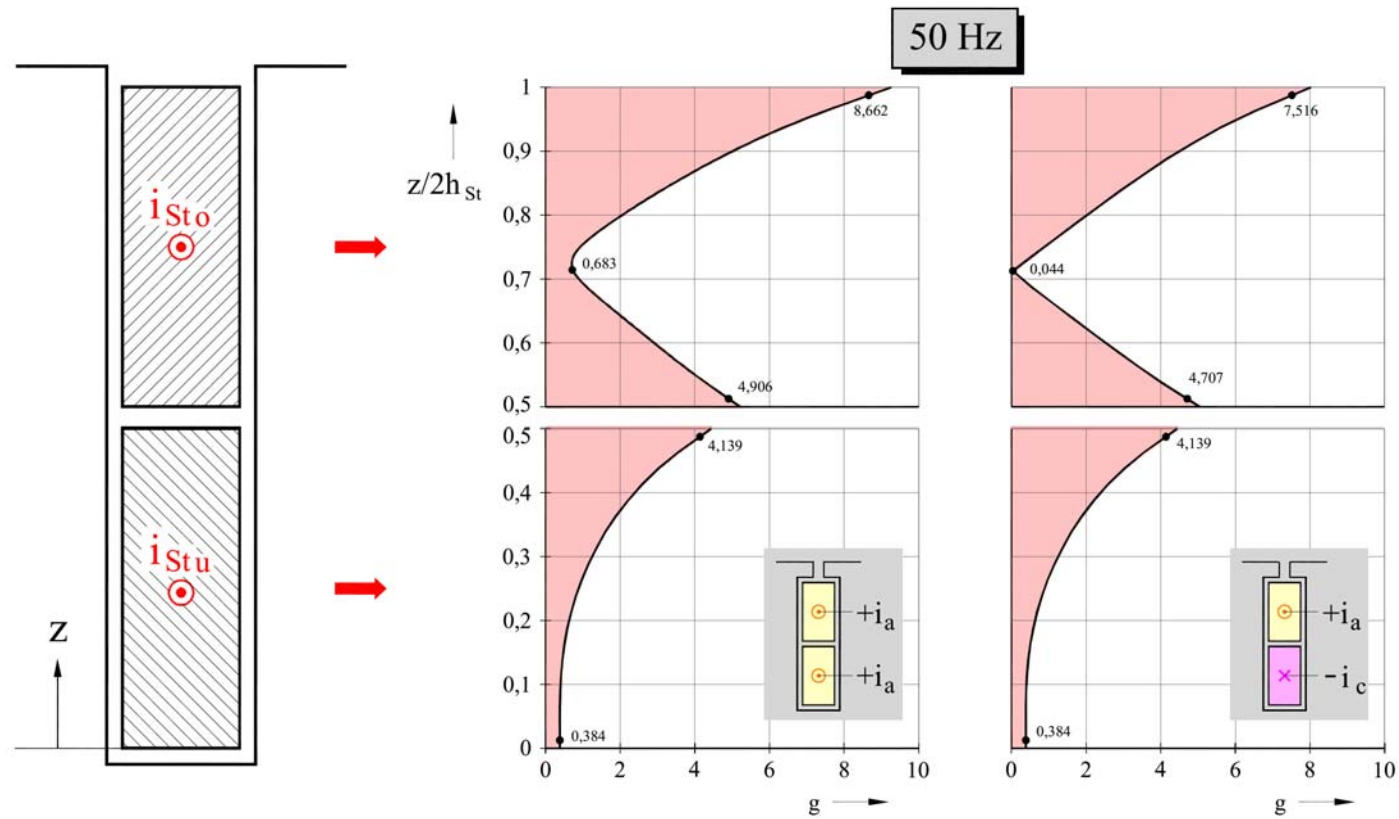


Bild 6: Stromverdrängung im Unter- und Oberstab einer gesehnten Zweischicht-Stabwicklung bei sinusförmigem Stromverlauf für $f = 50$ Hz

links: Unter- und Oberstab gehören zum gleichen Strang

rechts: Unter- und Oberstab gehören zu verschiedenen Strängen

Kupferleiter; Stabhöhe $h_{St} = 30$ mm

(g = normierte Stromdichte)

4 Nutstreifungsverkettung einer gesehten Zweischicht-Stabwicklung

Die eingangs getroffene Annahme der Vernachlässigung der Eisensättigung ist für die Berechnung der transienten Stromverdrängung von zentraler Bedeutung. Das Problem wird dadurch zu einem linearen Problem. Es gilt das Prinzip der Superposition. Dadurch ist es möglich, die n Teilstabströme des Oberstabes in je eine gegeninduktive und in eine selbstinduktive Komponente zu zerlegen [11]:

$$i_{2i} = i'_{2i} + i''_{2i} \quad \text{wobei} \quad i = (n+1) \dots (2n) \quad (25)$$

Die gegeninduktiven Stromkomponenten i'_{2i} entstehen dadurch, dass sich die Teilstäbe des Oberstabes im (homogenen) Nutstreufeld des Strangstromes im Unterstab befinden. Fließt im Unterstab der Strangstrom i_{2a} , so induziert seine zeitliche Änderung im Oberstab die Teilstabströme $i'_{2i,a}$.

Allgemein gilt

$$\begin{aligned} i_{2\text{Stu}} = i_{2a} &\rightarrow i'_{2i,a} \\ i_{2\text{Stu}} = i_{2b} &\rightarrow i'_{2i,b} \\ i_{2\text{Stu}} = i_{2c} &\rightarrow i'_{2i,c} \end{aligned} \quad \text{wobei} \quad i = (n+1) \dots (2n) \quad (26)$$

Die gegeninduktiven Teilstabströme im Oberstab verlaufen symmetrisch zur Stabmitte. Ihre Summe ist stets Null.

Die selbstinduktiven Stromkomponenten i''_{2i} im Oberstab haben die gleiche einseitige Stromverdrängung wie die Teilstabströme im Unterstab, wenn in ihm der gleiche Strangstrom fließt. Es gilt also:

$$\begin{aligned} i''_{2i,a} &= i_{2(i-n),a} \\ i''_{2i,b} &= i_{2(i-n),b} \\ i''_{2i,c} &= i_{2(i-n),c} \end{aligned} \quad \text{für} \quad i = (n+1) \dots (2n) \quad (27)$$

Im Falle einer Sehnung der Läuferwicklung gilt die Nutstreifflussverkettung der i -ten Teilstäbe der Oberstäbe des Stranges a:

$$\begin{aligned} \Psi_{\sigma n \text{Sti}, a} = & N_v \left[\sum_{k=1}^n l_{\sigma n i, k} i_{2k, a} + \sum_{k=n+1}^{2n} l_{\sigma n i, k} (i'_{2k, a} + i''_{2k, a}) \right] \\ & + N_o \left[- \sum_{k=1}^n l_{\sigma n i, k} i_{2k, c} + \sum_{k=n+1}^{2n} l_{\sigma n i, k} (-i'_{2k, c} + i''_{2k, a}) \right], \end{aligned} \quad (28)$$

wobei $i = (n+1) \dots (2n)$

Unter Berücksichtigung von Gl. (27) erhält man über

$$\sum_{k=n+1}^{2n} l_{\sigma n i, k} i''_{2k, a} = \sum_{k=1}^n l_{\sigma n i, n+k} i_{2k, a}$$

für die Nutstreifflussverkettung aller i -ten Teilstäbe der Oberstäbe des Stranges a:

$$\begin{aligned} \Psi_{\sigma n \text{Sti}, a} = & N_v \left[\sum_{k=1}^n (l_{\sigma n i, k} + l_{\sigma n i, n+k}) i_{2k, a} + \sum_{k=n+1}^{2n} l_{\sigma n i, k} i'_{2k, a} \right] \\ & + N_o \left[- \sum_{k=1}^n l_{\sigma n i, k} i_{2k, c} + \sum_{k=1}^n l_{\sigma n i, n+k} i_{2k, a} - \sum_{k=n+1}^{2n} l_{\sigma n i, k} i'_{2k, c} \right] \end{aligned} \quad (29)$$

Schreibt man die analogen Beziehungen für die Stränge b und c an und fasst die Nutstreifflussverkettungen aller i -ten Teilstäbe der drei Stränge zu einem Raumvektor zusammen, so erhält man zunächst

$$\begin{aligned} \underline{\Psi}_{\sigma n \text{Sti}} = & N_v \left[\sum_{k=1}^n (l_{\sigma n i, k} + l_{\sigma n i, n+k}) \underline{i}_{2k} + \sum_{k=n+1}^{2n} l_{\sigma n i, k} \underline{i}'_{2k} \right] \\ & + N_o \left[- \underline{a} \sum_{k=1}^n l_{\sigma n i, k} \underline{i}_{2k} + \sum_{k=1}^n l_{\sigma n i, n+k} \underline{i}_{2k} - \underline{a} \sum_{k=n+1}^{2n} l_{\sigma n i, k} \underline{i}'_{2k} \right] \end{aligned} \quad (30)$$

und unter Berücksichtigung von

$$N_v + N_o = N_v + N_u = \frac{N_2}{3} = w_2 \quad (31)$$

und

$$1 + \underline{a} = -\underline{a}^2 \quad (32)$$

schließlich

$$\begin{aligned} \underline{\Psi}_{\sigma n \text{Sti}} = w_2 & \left[\sum_{k=1}^n (1_{\sigma n i, k} + 1_{\sigma n i, n+k}) \underline{i}_{2k} + \sum_{k=n+1}^{2n} 1_{\sigma n i, k} \underline{i}'_{2k} \right] \\ & + N_o \underline{a}^2 \left[\sum_{k=1}^n 1_{\sigma n i, k} \underline{i}_{2k} + \sum_{k=n+1}^{2n} 1_{\sigma n i, k} \underline{i}'_{2k} \right] \end{aligned} \quad (33)$$

Auf ähnlichem Wege erhält man für die Nutstreifflussverkettung der j -ten Teilstäbe aller Unterstäbe des Stranges a (vergl. **Bild 3**) zunächst

$$\begin{aligned} \underline{\Psi}_{\sigma n \text{Stj,a}} = N_v & \left[\sum_{k=1}^n 1_{\sigma n j, k} \underline{i}_{2k,a} + \sum_{k=n+1}^{2n} 1_{\sigma n j, k} (\underline{i}'_{2k,a} + \underline{i}''_{2k,a}) \right] \\ & + N_u \left[\sum_{k=1}^n 1_{\sigma n j, k} \underline{i}_{2k,a} + \sum_{k=n+1}^{2n} 1_{\sigma n j, k} (\underline{i}'_{2k,a} - \underline{i}''_{2k,b}) \right] \end{aligned} \quad (34)$$

und unter Berücksichtigung von Gl. (27)

$$\begin{aligned} \underline{\Psi}_{\sigma n \text{Stj,a}} = N_v & \left[\sum_{k=1}^n (1_{\sigma n j, k} + 1_{\sigma n j, n+k}) \underline{i}_{2k,a} + \sum_{k=n+1}^{2n} 1_{\sigma n j, k} \underline{i}'_{2k,a} \right] \\ & + N_u \left[\sum_{k=1}^n 1_{\sigma n j, k} \underline{i}_{2k,a} + \sum_{k=n+1}^{2n} 1_{\sigma n j, k} \underline{i}'_{2k,a} - \sum_{k=1}^n 1_{\sigma n j, n+k} \underline{i}_{2k,b} \right] \end{aligned} \quad (35)$$

Schreibt man die analogen Beziehungen für die Stränge b und c an und fasst man die Nutstreifungsverkettungen aller j-ten Teilstäbe der drei Stränge zu einem Raumvektor zusammen, so erhält man über

$$\begin{aligned} \underline{\Psi}_{\sigma n \text{St } j} = & N_v \left[\sum_{k=1}^n (1_{\sigma n j, k} + 1_{\sigma n j, n+k}) \dot{i}_{2k} + \sum_{k=n+1}^{2n} 1_{\sigma n j, k} \dot{i}'_{2k} \right] \\ & + N_u \left[\sum_{k=1}^n 1_{\sigma n j, k} \dot{i}_{2k} + \sum_{k=n+1}^{2n} 1_{\sigma n j, k} \dot{i}'_{2k} - \underline{a}^2 \sum_{k=1}^n 1_{\sigma n j, n+k} \dot{i}_{2k} \right] \end{aligned} \quad (36)$$

schließlich

$$\begin{aligned} \underline{\Psi}_{\sigma n \text{St } j} = & w_2 \left[\sum_{k=1}^n (1_{\sigma n j, k} + 1_{\sigma n j, n+k}) \dot{i}_{2k} + \sum_{k=n+1}^{2n} 1_{\sigma n j, k} \dot{i}'_{2k} \right] - N_u (1 + \underline{a}^2) \sum_{k=1}^n 1_{\sigma n j, n+k} \dot{i}_{2k} \\ \underline{\Psi}_{\sigma n \text{St } j} = & w_2 \left[\sum_{k=1}^n (1_{\sigma n j, k} + 1_{\sigma n j, n+k}) \dot{i}_{2k} + \sum_{k=n+1}^{2n} 1_{\sigma n j, k} \dot{i}'_{2k} \right] + N_u \underline{a} \sum_{k=1}^n 1_{\sigma n j, n+k} \dot{i}_{2k} \end{aligned} \quad (37)$$

wobei $j = 1 \dots n$

5 Nutstreifungsverkettung der μ -ten Drehstromwicklung

Im gewählten Modell wird die allgemein μ -te Drehstromwicklung des Läufers aus den i-ten Teilstäben der Oberstäbe und den j-ten Teilstäben der Unterstäbe gebildet. Für die Nutstreifungsverkettung der μ -ten Drehstromwicklung gilt in Raumvektorschreibweise

$$\underline{\Psi}_{\sigma n 2, \mu} = \underline{\Psi}_{\sigma n \text{St}, i} + \underline{\Psi}_{\sigma n \text{St}, j} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \underline{\Psi}_{\sigma n 2, \mu} = & w_2 \left[\sum_{k=1}^n (1_{\sigma n i, k} + 1_{\sigma n j, k}) \dot{i}_{2k} + \sum_{k=1}^n (1_{\sigma n i, n+k} + 1_{\sigma n j, n+k}) \dot{i}_{2k} + \sum_{k=n+1}^{2n} (1_{\sigma n i, k} + 1_{\sigma n j, k}) \dot{i}'_{2k} \right] \\ & + N_g \left[\sum_{k=1}^n (\underline{a}^2 1_{\sigma n i, k} + \underline{a} 1_{\sigma n j, n+k}) \dot{i}_{2k} + \sum_{k=n+1}^{2n} \underline{a}^2 1_{\sigma n i, k} \dot{i}'_{2k} \right] \end{aligned} \quad (39)$$

Unter Berücksichtigung von

$$N_o = N_u = N_g \quad \text{und} \quad N_v + N_g = w_2 \quad (40)$$

und nach Einführung eines Sehnungsfaktors

$$\alpha_s = \frac{N_g}{N_g + N_v} = \frac{N_g}{N_2/3} \quad (41)$$

führt Gl. (39) nach längerer Zwischenrechnung auf

$$\begin{aligned} \underline{\Psi}_{\sigma n 2, \mu} &= w_2 \sum_{k=1}^n \left[(1 + \alpha_s \underline{a}^2) l_{\sigma n i, k} + l_{\sigma n j, k} \right] \underline{i}_{2k} \\ &+ w_2 \sum_{k=1}^n \left[l_{\sigma n i, n+k} + (1 + \alpha_s \underline{a}) l_{\sigma n j, n+k} \right] \underline{i}_{2k} \\ &+ w_2 \sum_{k=n+1}^{2n} \left[(1 + \alpha_s \underline{a}^2) l_{\sigma n i, k} + l_{\sigma n j, k} \right] \underline{i}'_{2k} \end{aligned} \quad (42)$$

Rechnet man Nutstreifflussverkettungen, die Teilstabströme und die Nutstreuinduktivitäten der Teilstäbe mit Hilfe des reellen Übersetzungsverhältnisses Gl. (13) auf den Ständer um und normiert mit Hilfe der Bezugsgrößen nach Gl. (14), so erhält man schließlich für den Raumvektor der Nutstreifflussverkettung der μ -ten Läuferwicklung:

$$\begin{aligned} \underline{\Psi}_{\sigma n 2, \mu} &= \sum_{k=1}^n \left[(1 + \alpha_s \underline{a}^2) X_{\sigma n i, k} + X_{\sigma n j, k} \right] \underline{i}_{2k} \\ &+ \sum_{k=1}^n \left[X_{\sigma n i, n+k} + (1 + \alpha_s \underline{a}) X_{\sigma n j, n+k} \right] \underline{i}_{2k} \\ &+ \sum_{k=n+1}^{2n} \left[(1 + \alpha_s \underline{a}^2) X_{\sigma n i, k} + X_{\sigma n j, k} \right] \underline{i}'_{2k} \end{aligned} \quad (43)$$

Gl. (43) lässt erkennen, dass

- der Ausdruck für die Nutstreifflussverkettung der ungesehnten Zweischicht-Stabwicklung Gl. (9) als Sonderfall für $\alpha_s = 0$ enthalten ist und
- durch die Sehnung die Elemente der Nutstreu-Induktivitätsmatrix wegen der Terme

$$(1 + \alpha_s \underline{a}) \text{ und } (1 + \alpha_s \underline{a}^2), \quad \text{wobei } \underline{a} = e^{j2\pi/3}$$

komplex werden, so dass die α -Komponenten der Nutstreifflussverkettungen jetzt auch von den β -Komponenten der Teilstabströme abhängen, usw.

Für die totale Flussverkettung der μ -ten Läuferwicklung gilt wie bisher Gl. (8), wobei jetzt $\underline{\psi}_{\sigma n 2, \mu}$ durch Gl. (43) gegeben ist.

6 Spannungsdifferentialgleichung der μ -ten Drehstromwicklung

Bei Anschrift der Läufer Spannungsdifferentialgleichungen muss beachtet werden, dass die Sehnung auch die Spannungsabfälle über den Teilstabwiderständen beeinflusst. Unter Berücksichtigung, dass sich die Teilstabströme der Oberseite gemäß gl. (25) als Überlagerung einer gegeninduktiven und einer selbstinduktiven Komponente darstellen lassen, erhält man für den Ohmschen Spannungsabfall des Stranges a der μ -ten Drehstromwicklung zunächst

$$u_{R\mu, a} = R_{\text{Stim}} i_{2a} + N_v r_{\text{Sti}} (i'_{2i, a} + i''_{2i, a}) + N_o r_{\text{Sti}} (-i'_{2i, c} + i''_{2i, a}) + (N_v + N_u) r_{\text{Stj}} i_{2j, a}$$

und unter Beachtung der Gln. (27) und (40)

$$u_{R\mu, a} = R_{\text{Stim}} i_{2a} + N_v r_{\text{Sti}} i'_{2i, a} + w_2 r_{\text{Sti}} i_{2, (i-n)} - N_g r_{\text{Sti}} i'_{2i, c} + w_2 r_{\text{Stj}} i_{2j, a} \quad (44)$$

schreibt man die analogen Beziehungen für die Stränge b und c an und fasst die Ohmschen Spannungsabfälle zu einem Raumvektor zusammen, so erhält man nach Zwischenrechnung

$$\underline{u}_{R\mu} = R_{\text{Stim}} \underline{i}_2 + (1 + \alpha_s \underline{a}^2) R_{\text{Sti}} \underline{i}'_{2i} + R_{\text{Sti}} \underline{i}_{2(i-n)} + R_{\text{Stj}} \underline{i}_{2j} \quad (45)$$

Damit lauten die Spannungsdifferentialgleichungen der μ -ten Drehstromwicklung im Falle der Sehnung

$$\frac{d\underline{\psi}_{2\mu}}{dt} = \underline{u}_2 - \left(R_{\text{Stim}} \underline{i}_2 + (1 + \alpha_s \underline{a}^2) R_{\text{Sti}} \underline{i}'_{2i} + R_{\text{Sti}} \underline{i}_{2(i-n)} + R_{\text{Stj}} \underline{i}_{2j} \right) + jn \underline{\psi}_{2\mu} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \text{wobei} \quad i &= (n+1) \dots (2n) \\ j &= 1 \dots n \end{aligned}$$

Für die Teilstabströme gilt:

$$\sum_{k=1}^n \underline{i}_{2k} = \underline{i}_2 \qquad \sum_{k=n+1}^{2n} \underline{i}'_{2k} = 0 \qquad (47)$$

Die Gln. (1), (46), (3), (8), (43), (5), (6) und (47) beschreiben in ihrer Gesamtheit das dynamische Verhalten der Schleifringläuferasynchronmaschine mit einer gesehten Zweischichtstabwicklung im Läufer unter Berücksichtigung der transienten Stromverdrängung. Eine ausführliche Darstellung der Theorie wird in [11] gegeben.

8 Simulationsprogramm

Die dargestellte Theorie wurde in ein Simulationsprogramm umgesetzt, über das in einer späteren Arbeit berichtet wird. Mit dem Programm kann das Verhalten der DGAM einschließlich mechanischen Antriebsstrang, Netz usw. bei allen wichtigen dynamischen Betriebs- und Störungsfällen simuliert werden. Bemerkenswert ist noch, dass das elektromagnetische Modell der Schleifringläuferasynchronmaschine mit einem thermischen Modell gekoppelt werden kann, so dass auch die durch die transiente Stromverdrängung verursachte ungleiche transiente Staberwärmung ermittelt werden kann. Die Arbeiten erfolgten im Auftrag des VEM Sachsenwerkes Dresden.

Literatur

- [1] Maier, R.: Blindstrom- und Drehzahlregelung der doppeltgespeisten Drehstrommaschine mit eingepprägten Läuferströmen. Diss. TH Karlsruhe. 1974
- [2] Albrecht, P.: Die geregelte doppeltgespeiste Asynchronmaschine als drehzahl-variabler Generator im Netz. Diss. TU Braunschweig 1984
- [3] Heller, M.: Die doppeltgespeiste Drehstrommaschine für drehzahlvariable Pumpspeicherkraftwerke. Diss. TU Braunschweig 1998
- [4] Kelber, C.: Aktive Dämpfung der doppelt-gespeisten Drehstrommaschine. Diss. TU Braunschweig 2000
- [5] Stupin, P.: Schleifringläufermaschinen als doppelt speisende Windenergiegeneratoren. Antriebstechnik 44 (2005), H. 6, S. 58-65
- [6] Pfaff, F.: Regelung elektrischer Antriebe. Bd. 1.; R. Oldenbourg Verlag, München-Wien 1994
- [7] Kovacs, K.P.; Racz, I.: Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen. Bd. 1 und Bd. 2 Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, Budapest 1959
- [8] Beckert, U.: Theorie des dynamischen Verhaltens der doppelt gespeisten Asynchronmaschine mit Berücksichtigung der Stromverdrängung im Läufer. Forschungsbericht des IfE 2003
- [9] Beckert, U.; Stupin, P.: Dynamisches Verhalten der doppelt-gespeisten Asynchronmaschine mit Berücksichtigung der Stromverdrängung im Läufer. antriebstechnik 42 (2003), H. 8, S. 46-51
- [10] Vogt, K.: Berechnung rotierender elektrischer Maschinen. Berlin: Verlag Technik 1972
- [11] Beckert, U.: Theorie des dynamischen Verhaltens der Schleifringläufer-Asynchronmaschine als doppelt gespeiste Asynchronmaschine unter Berücksichtigung der transienten Stromverdrängung in einer gesehten Zweischicht-Stabwicklung im Läufer. Forschungsbericht des IfE 2005

Formelzeichen	Einheit	
b	mm	Breite
B	T	magnetische Flussdichte
E	V/m	elektrische Feldstärke
f	Hz	Frequenz
G	A/mm ²	Stromdichte
h	mm	Höhe
i, I	A	Strom
j		imaginäre Einheit
l _{Fe}	m	Blechpaketlänge
m _i	Nm	Luftspaltmoment
m _w	Nm	Widerstandsmoment
n	min ⁻¹	Drehzahl
N		Nutenzahl
r _{St} , R _{St}	Ω	Stabwiderstand
R	Ω	Widerstand
T _A		Anlaufzeitkonstante
t	s	Zeit
u, U	V	Spannung
w		Strangwindungszahl
W	mm	Spulenweite
X	Ω	Reaktanz
α _s		Sehnungsfaktor
κ	n / Ω mm ²	elektrische Leitfähigkeit der Läuferstäbe
τ _p	mm	Polteilung
ω	s ⁻¹	Kreisfrequenz

Indizes

a, b, c	Strang a, b, c
B	Bezugsgröße
g	gemeinsam
h	Hauptfluss-
i, j, k, n	Teilstab i, j, k, n
n	Nenn-
o, u	Oberstab, Unterstab
St	Stab-
v	vollständig
α, β	Real-, Imaginärteil
σ	Streufluss-
σ_n	Nutstreufluss-
1, 2	Ständer, Läufer

Tabelle: Erläuterung der verwendeten Formelzeichen und Indizes