

TU Bergakademie Freiberg Institut für Automatisierungstechnik	Praktikum Regelungstechnik
	Versuch Stabilität durch Regelung (SR)

Mai 2009

Thematik:

Dynamisches Verhalten strukturinstabiler Systeme am Beispiel der magnetischen Aufhängung und ihre Stabilisierung durch Regelung

Zielstellung:

- Übung in der regelungstechnischen Beschreibung des Verhaltens technischer Systeme im Zeit- und Bildbereich bei Linearisierung im Betriebspunkt
- Übung in der regelungstechnischen Kennwertermittlung
- Anschauliche Darstellung des Erscheinungsbildes von Stabilität - Instabilität und der zeitlichen Verläufe der Regelgröße bei unterschiedlichen Reglerstrukturen und Reglerparametern (Führungsverhalten)

Ergänzungsliteratur:

- [1] Töpfer/Besch: Grundlagen der Automatisierungstechnik, Hanser-Verlag 1990, 2. Auflage
- [2] Schmidt, G.: Grundlagen der Regelungstechnik, Springer-Verlag 1991, 2. Auflage, 2. berichtigter Nachdruck
- [3] Reuter, M.: Regelungstechnik für Ingenieure, Vieweg-Verlag 1991, 8., verbesserte Auflage

1 Grundlagen zum Versuch

Viele technische und nichttechnische Systeme zeigen ein Verhalten, das als stabil bezeichnet wird. Zum Beispiel führt die Erhöhung der Heizleistung eines Ofens zu einem Ansteigen der Temperatur auf einen neuen begrenzten Wert. Der auf seiner Spitze stehende Stab und der im Magnetfeld gehaltene Eisenkörper, die sog. magnetische Aufhängung, sind dagegen Beispiele für labile Gleichgewichtszustände, die

instabiles Verhalten darstellen. Erfahrungsgemäß ist es möglich, durch richtiges Balancieren, den Stab über der Spitze aufrecht zu halten. Dahinter verbirgt sich ein Regelvorgang, der die Lage des Stützpunktes immer so verändert, dass er sich unter dem Schwerpunkt befindet.

Im vorliegenden Versuch soll die labile Gleichgewichtslage der magnetischen Aufhängung durch eine entsprechende Regelanordnung stabilisiert werden. Dabei wird durch richtiges "Dosieren" des die magnetische Anziehung bewirkenden elektrischen Stromes der Körper (berührungslos) in einer stabilen Lage fixiert.

Im Folgenden wird zunächst auf die notwendigen regelungstechnischen Grundlagen eingegangen.

1.1 Verhalten von Systemen, E/A-Verhalten

Unter einem System wird hier eine Gesamtheit von Gliedern verstanden, die unter einem bestimmten Gesichtspunkt als abgegrenzt betrachtet wird. Die Glieder sind Elemente, die nicht weiter zerlegt werden müssen, andernfalls bilden sie selbst (Teil-) Systeme. Es bestehen Wirkungsbeziehungen sowohl zwischen den Gliedern als auch von einzelnen nach außerhalb bzw. auf einzelne nach innerhalb des Systems. Die Beschreibung der Wirkungsbeziehungen erfolgt im Allg. durch mathematische Funktionsgleichungen, die sich aus den technisch-physikalischen Gesetzmäßigkeiten für die Abhängigkeiten zwischen den Größen, wie z.B. Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung oder Kraft ergeben. Ein System besitzt somit innere Größen, Ausgangsgrößen und Eingangsgrößen. Die Eigenschaften des Systems spiegeln sich in den Parametern der Funktionsgleichungen wider.

Die Abgrenzung eines zu betrachtenden Systems gegenüber der Umwelt bzw. anderen Systemen geschieht durch das Festlegen seiner Ein- und Ausgangsgrößen. Das erfolgt in der Regel aufgabenspezifisch, d. h. zum Beispiel, bei einem System zur Positionierung sind der Weg als Ausgangsgröße und der Steuerstrom des Antriebes als Eingangsgröße zweckmäßig.

Die Ausgangsgrößen des Systems (Wirkungen) sind abhängig von den Eingangsgrößen (Ursachen). Diese Ursache – Wirkung – Beziehung stellt eine Beschreibungsmöglichkeit für das Verhalten des Systems dar. Man spricht deshalb von E/A-Verhalten und von E/A-Beschreibung des Systems. Ein so betrachtetes System wird als

Übertragungssystem oder Übertragungsglied und sein Verhalten auch als Übertragungsverhalten bezeichnet.

Für die Steuerungs- und Regelungstechnik ist es charakteristisch, dass vor allem die zeitliche Veränderung der Größen von Interesse ist und zwar insbesondere als Übergang zwischen zwei Beharrungszuständen, in denen die Größen jeweils konstant sind. Es wird als dynamisches Verhalten bezeichnet. Beschränkt man sich bei der Beschreibung auf die Beharrungszustände, nennt man es statisches Verhalten. In der mathematischen Beschreibung erscheint das statische Verhalten als Sonderfall des dynamischen Verhaltens.

Die das Verhalten technischer Systeme darstellenden Größen werden in der praktischen MSR-Technik durch Signale gebildet, was sich z. B. durch Messen, Wandeln und Verstärken ergibt. Es wird beispielsweise eine Kraft durch den elektrischen Widerstand eines Dehnmessstreifens oder die Temperatur durch die Spannung eines Thermoelementes abgebildet. Die technische Realisierung dieser Signalbildung hat ein eigenes Übertragungsverhalten und muss bei der Systembeschreibung berücksichtigt werden. Zum Beispiel ist die Temperatur die interessierende Ausgangsgröße eines Ofens. Es muss aber in das betrachtete System auch der Temperaturmessfühler einbezogen werden, wodurch das Signal der Messeinrichtung als Ausgangsgröße in Erscheinung tritt.

Im Folgenden werden stetige, lineare Systeme mit nur jeweils einer Ein- und Ausgangsgröße betrachtet. Ihre Parameter werden als konzentriert und zeitinvariant vorausgesetzt. Konzentriert bedeutet z. B., dass die Masse eines Systems als im Schwerpunkt befindlich betrachtet werden kann oder die Temperatur an einer bestimmten Messstelle als repräsentativ für einen Erwärmungsvorgang gilt. Zeitinvariant heißt, dass die Systemparameter (z. B. Masse, Federkonstante, Wärmeübergangszahl) während des betrachteten Zeitraumes sich nicht (wesentlich) ändern.

1.1.1 Darstellung des Verhaltens

Im Zeitbereich wird das Verhalten der oben vereinbarten Systeme durch eine gewöhnliche, lineare, inhomogene Differentialgleichung (Dgl.) mit konstanten Koeffizienten dargestellt. Eine gebräuchliche Normalform zeigt Gl. (1).

$$\dots + b_3 \ddot{x}(t) + b_2 \dot{x}(t) + b_1 x(t) + b_0 x(t) = a_0 u(t) + a_1 \dot{u}(t) + \dots \quad (1)$$

In der Regelungstechnik wird üblicherweise Gl. (1) auf den Koeffizienten mit der

niedrigsten Ableitung von $x(t)$, hier b_0 , normiert und oft auch a_0 ausgeklammert. Es ergibt sich dann die Form Gl. (2)

$$\dots T_3^3 \ddot{x}(t) + T_2^2 \dot{x}(t) + T_1 \dot{x}(t) + x(t) = K[u(t) + T_{D1} \dot{u}(t) + \dots] \quad (2)$$

Darin bedeuten T_i ($i = 1, \dots, n$) die Trägheitszeitkonstanten, T_{Dj} ($j = 1, \dots, m$) die Vorhaltzeitkonstanten und K der statische Übertragungskoeffizient des Systems. Bei realen Systemen ist immer $n \geq m$.

Die Lösung der Dgl. für eine bestimmte Anregungsfunktion ("rechte Seite") stellt die Antwortfunktion des Systems dar. Zum Beispiel ist die Sprungantwort $x(t)$ die Lösungsfunktion bei der Anregung $u(t) = u_0$ (für $t \geq 0$). Normiert man $x(t)$ auf die Sprunghöhe u_0 , so ergibt sich die Übergangsfunktion $h(t)$. (Bem.: Die Unterscheidung zwischen Sprungantwort und Übergangsfunktion wird gelegentlich nicht immer eingehalten.)

Da die Beschreibung des E/A-Verhaltens sich auf die Anregung des Systems aus der Ruhe heraus bezieht, bedeutet das für die zugehörige Dgl., dass sämtliche Anfangsbedingungen Null sind.

Die Darstellung des Verhaltens von Systemen im Bildbereich erfolgt mit der Übertragungsfunktion. Man erhält sie aus der Differentialgleichung durch Anwendung der Rechenregeln der Laplace - Transformation. Die Differentialgleichung wird so zu einer algebraischen Gleichung mit der komplexen Variablen s . Die Gl. (1) kann dann auf die in Gl. (3) angegebene Form gebracht werden. Sie ist die Übertragungsfunktion des betreffenden Systems. Statt s wird mancherorts auch p geschrieben.

$$G(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots}{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots} \quad (3)$$

1.1.2 Stabiles und instabiles Verhalten

Die Stabilität ist eine notwendige Eigenschaft eines Systems, wenn es praktisch nutzbar sein soll. Ihre Definition ist kein einfaches Problem, sie orientiert sich an bestimmten Fragestellungen zu den Systemeigenschaften. Bei linearen und zeitinvarianten Systemen werden die Stabilitätsbegriffe "asymptotische Stabilität" und "BIBO-Stabilität" (Bounded Input, Bounded Output) verwendet.

Die BIBO-Stabilität betrachtet das Ein-/Ausgangsverhalten eines Systems und ist daher am ehesten geeignet, die Stabilität eines Übertragungsgliedes zu kennzeichnen. Die asymptotische Stabilität bezieht sich primär auf die Fragestellung, wie sich das System ohne äußere Einwirkung und bei von Null verschiedenen Anfangsbedingungen verhält. Es kann jedoch die asymptotische Stabilität auch bezüglich des Ein-/Ausgangsverhaltens eines Systems betrachtet werden. Damit ergeben sich folgende Stabilitätsdefinitionen:

1. Ein System ist asymptotisch stabil, wenn seine Übergangsfunktion $h(t)$ asymptotisch einem endlichen Wert zustrebt, andernfalls ist es instabil.
2. Ein System heißt BIBO-stabil, wenn es auf jede beschränkte Eingangsgröße mit einer beschränkten Ausgangsgröße antwortet.

Die Stabilitätseigenschaft eines Systems spiegelt sich in den Eigenschaften der Lösung seiner Differentialgleichung wider. Auf wesentliche Zusammenhänge wird im Folgenden eingegangen.

Die Lösung der inhomogenen Dgl. gemäß Gl. (1) oder (2) ist die Summe aus der Lösung der zugehörigen homogenen Dgl. $x_h(t)$ und einer speziellen Lösung $x_p(t)$ der inhomogenen Differentialgleichung.

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t) \quad (4)$$

Die *homogene Lösung* besteht aus der Summe elementarer Teilverläufe (Eigenbewegungen):

$$x_h(t) = c_1 x_1(t) + c_2 x_2(t) + \dots + c_n x_n(t) \quad (5)$$

Darin bilden die $x_i(t)$ die sog. Fundamentallösungen der Dgl..

Die Fundamentallösungen können aus der "charakteristischen Gleichung" der homogenen Dgl. gewonnen werden. Die charakteristische Gleichung der Dgl. entsteht mit dem Ansatz $x = \exp(\lambda t)$ aus Gl. (1), wobei $u(t) = 0$ ist:

$$\dots + b_3 \lambda^3 + b_2 \lambda^2 + b_1 \lambda + b_0 = 0 \quad (6)$$

Jede der Lösungen der Gl. (6), auch Eigenwerte genannt, liefert eine Fundamentallösung der Dgl. Wenn λ_i eine einfache Lösung ist, sie kann reell oder komplex sein, dann lautet die zugehörige Fundamentallösung $x_i(t) = \exp(\lambda_i t)$. (Unberücksichtigt bleiben hier k-fache Lösungen.) Der zugehörige Teilvorgang $c_i \exp(\lambda_i t)$ entsprechend Gl. (5) klingt ab, wenn der Realteil von λ_i negativ ist. Es ist damit $x_h(t) = 0$ für $t \rightarrow \infty$.

Die *spezielle (partikuläre) Lösung* der inhomogenen Dgl. erhält man mit dem Ansatz

gemäß der Anregungsfunktion. Für die Sprungfunktion ergibt sich $x_p(t) = \text{konst} \cdot u_0$, d.h. eine beschränkte Größe u_0 erzeugt einen beschränkten Verlauf $x_p(t)$.

Die Gesamtlösung der Dgl. beschreibt also einen stabilen Ausgangsgrößenverlauf, wenn die Lösungen der charakteristischen Gleichung (Eigenwerte) einen negativen Realteil haben und die Anregungsfunktion beschränkt ist.

Als Beispiel sei die nebenstehende Dgl. 2. Ordnung eines Systems angenommen.

$$10\ddot{x}(t) + 7\dot{x}(t) + x(t) = u_0 \quad (7)$$

Sie hat die Lösung:
($u_0=1$)

$$x(t) = 1 - \frac{5}{3}e^{-0,2t} + \frac{2}{3}e^{-0,5t} \quad (8)$$

Das Bild 1 zeigt die zugehörigen graphischen Verläufe.

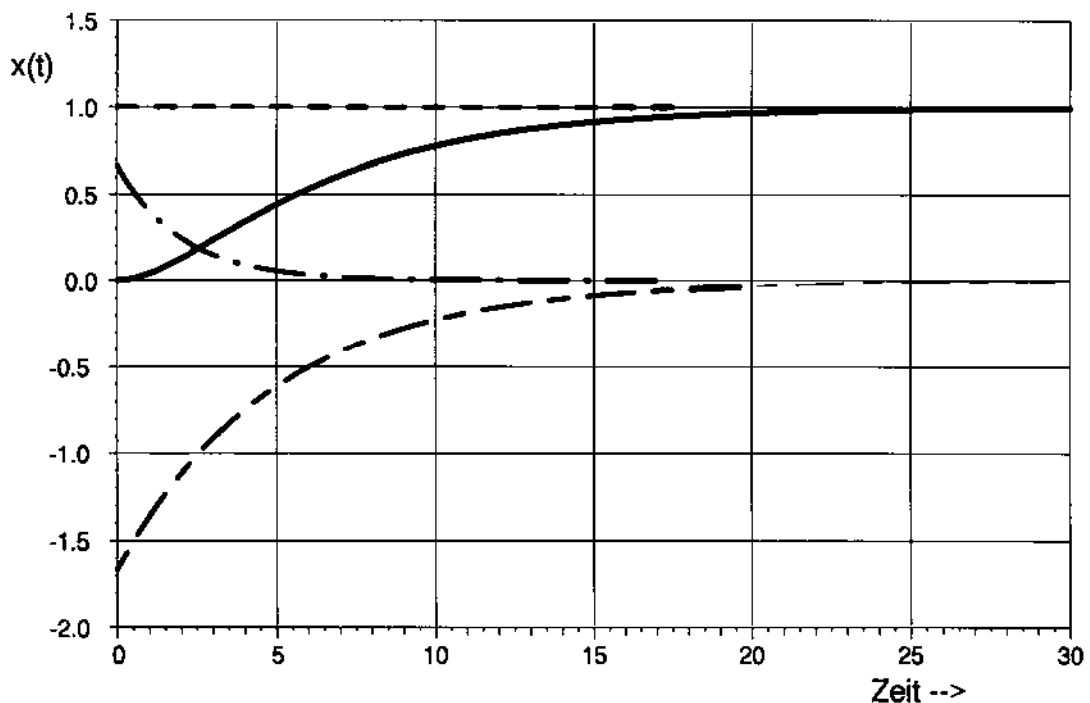


Bild 1: Stabiler Lösungsverlauf einer Dgl.

Die Beschreibung des Verhaltens im Bildbereich erfolgt anhand der Übertragungsfunktion $G(s)$. Der Nennerausdruck $N(s)$ entspricht offensichtlich dem homogenen Teil der Dgl. und $N(s) = 0$ der charakteristischen Gleichung. Die Lösungen s_N des Nennerpolynoms $N(s) = 0$ heißen Pole, die s_{Z_i} des Zählerpolynoms $Z(s) = 0$ sind die Nullstellen der Übertragungsfunktion. Sie können als komplexe Zahlen in der s -Ebene dargestellt

werden. Bei stabilen Systemen befinden sich sämtliche Pole der zugehörigen Übertragungsfunktion links der imaginären Achse, d.h. in der linken Halbebene der s-Ebene, denn es sind komplexe Zahlen mit negativem Realteil.

Als Übertragungsfunktion für das obige Beispiel erhält man Gl. (9).

$$G(s) = \frac{1}{1 + 7s + 10s^2} \quad (9)$$

Die Pole sind die Lösungen des Nennerpolynoms $N(s) = 0$ und lauten $s_1 = -0,2$ und $s_2 = -0,5$.

Werden sie in der komplexen s-Ebene dargestellt, ergibt sich das sog. PN-Bild, wie es Bild 2 zeigt.

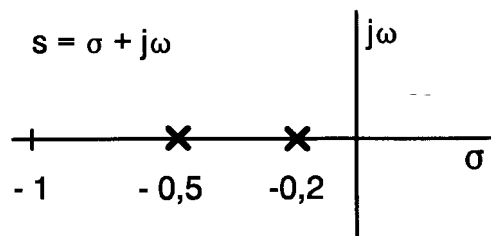


Bild 2: PN-Bild des Beispiels

1.1.3 Stabilitätskriterien

Für die praktische Nutzung eines Systems ist die Aussage über die Stabilität eines Systems im Sinne von entweder stabil oder nicht stabil von grundsätzlicher Bedeutung. Stabilitätskriterien liefern diese Aussage, ohne auf eine explizite Lösung der beschreibenden Gleichung zurückzugreifen. Je nach vorliegender Beschreibungsweise verwenden sie geeignete Parameter und Kenngrößen.

Auf die Beschreibung im Zeitbereich mit der Differentialgleichung Gl. (1) bezieht sich das *Hurwitz-Kriterium*:

Ein System ist stabil, wenn alle Koeffizienten seiner Dgl. $b_i > 0$ ($i = 0, 1, \dots, n$) und auch alle Hurwitz-Determinanten $H_k > 0$ ($k = 1, 2, \dots, n$) sind.

Für Systeme mit der Ordnung bis $n = 3$ ergeben sich folgende Vorschriften:

$n = 1:$	$b_0 > 0$	$b_1 > 0$		
$n = 2:$	$b_0 > 0$	$b_1 > 0$	$b_2 > 0$	
$n = 3:$	$b_0 > 0$	$b_1 > 0$	$b_2 > 0$	$b_3 > 0$

und $H_2 = (b_1 b_2 - b_0 b_3) > 0$ (Bem.: $H_1 = b_1$)

Erfolgt die Beschreibung im Bildbereich mit der Übertragungsfunktion Gl. (3), so erhält man die Stabilitätsaussage aus der Lage der Pole.

Pol-Lage-Kriterium:

Ein System ist stabil, wenn sich sämtliche Pole $s_i = \sigma_i + j\omega_i$ seiner Übertragungsfunktion in der linken Hälfte der s-Ebene befinden.

1.2 Die magnetische Aufhängung

1.2.1 Wirkprinzip der magnetischen Aufhängung

Das physikalische Prinzip der magnetischen Aufhängung besteht darin, dass ein ferromagnetischer Körper durch eine elektromagnetische Kraft entgegen seiner Schwerkraft im Raum frei schwebend gehalten wird.

Bild 3 zeigt schematisch das Wirkprinzip:

Durch den Stromfluss in der Spule des Elektromagneten entsteht ein Magnetfeld, das eine Anziehungskraft F_{mag} auf den Körper bewirkt, die nach oben zur Spule hin gerichtet ist. Das Magnetfeld wird (bei konstantem Strom) immer stärker, je mehr man sich der Spule annähert. Die auf den Schwebekörper wirkende Magnetkraft nimmt daher nach oben hin zu. Entgegengesetzt wirkt auf den Körper seine nach unten gerichtete Gewichtskraft F_G , die vom senkrechten Abstand von der Spule im hier in Frage kommenden Bereich unabhängig, d.h., konstant ist.

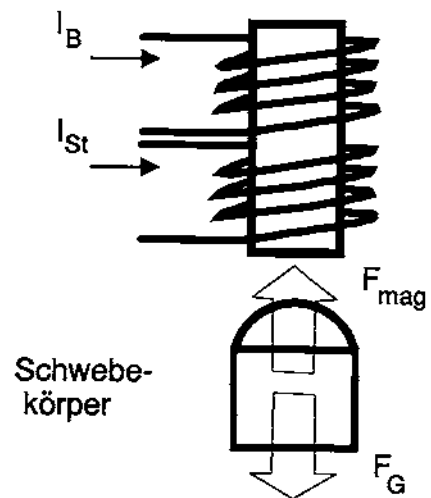


Bild 3: Magnetische Aufhängung

Es gibt einen Abstand für den Schwebekörper, bei dem Magnetkraft und Gewichtskraft im Gleichgewicht sind. Das ist ein labiler Gleichgewichtspunkt, denn bei der kleinsten Auslenkung nach oben wird der Körper infolge der überwiegenden und zunehmenden Magnetkraft aufwärts beschleunigt. Bei der kleinsten Auslenkung nach unten überwiegt zunehmend die Schwerkraft und er fällt abwärts. Wenn es gelingt, die Magnetkraft bei der aufwärts bzw. abwärts gerichteten Abweichung aus der Gleichgewichtslage entsprechend zu korrigieren, kann der Körper im labilen Gleichgewichtspunkt "balanciert" werden.

Bei der technischen Ausführung ist es zweckmäßig, den Spulenstrom aufzuteilen in einen konstanten Teil I_B , der eine Magnetkraft erzeugt, die in einem bestimmten Abstand (Betriebspunkt) gleich der Gewichtskraft des Körpers ist und in einen veränderlichen Teil I_{St} , durch den je nach seiner Größe und Richtung das Magnetfeld verstärkt oder geschwächt werden kann.

1.2.2 Vereinfachtes mathematisches Modell der Versuchsanordnung

Aus dem dargestellten Funktionsprinzip ergibt sich die hier vorliegende Systemabgrenzung. Die zu steuernde Ausgangsgröße ist die senkrechte Bewegung $x(t)$ des Körpers. Sie ist abhängig vom Steuerstrom I_{St} des Elektromagneten als Eingangsgröße. Die auf diesem Wirkungsweg dazwischen liegenden Teilsysteme bilden die Regelstrecke. Das Verhalten des Systems wird damit durch das allgemeine E/A-Modell $x(t) = f(I_{St}, t)$ beschrieben.

Die spezielle Form des Systemmodells erhält man ausgehend von den physikalisch-technischen Beziehungen zwischen den Größen. Das sind algebraische Gleichungen für das statische und Differentialgleichungen für das dynamische Verhalten. Dabei muss das Modell dem Verhalten des realen Systems im interessierenden Arbeitsbereich hinreichend genau entsprechen. Das eröffnet die Möglichkeit zu Näherungen und Vereinfachungen in der Beschreibung.

Im vorliegenden Fall kann vom dynamischen Kräftegleichgewicht am Schwebekörper ausgegangen werden. Es wird durch die Gewichtskraft $F_G = mg$, die Magnetkraft F_{mag} und die Trägheitskraft ($m \cdot d^2x/dt^2$) gebildet. Es bedeuten m die Masse des Körpers und g die Erdbeschleunigung. F_{mag} ist die vom Elektromagneten auf den Körper ausgeübte Kraft. Eine Dämpfungskraft infolge Luftreibung kann vernachlässigt werden. Aus dem Kräftegleichgewicht ergibt sich damit die Differentialgleichung:

$$m \cdot \ddot{x}(t) = F_{mag}(t) - F_G \quad (10)$$

Die Magnetkraft F_{mag} ist nichtlinear abhängig von den Spulenströmen, den Windungszahlen der Spule, der Entfernung von der Spule, den magnetischen Eigenschaften sowie der Geometrie von Spule und Körper. Bei der vorliegenden Anordnung sind die Windungszahlen, die magnetischen Kennwerte, die Geometrie und der Betriebspunktstrom I_B konstant, so dass vereinfacht geschrieben werden kann:

$$F_{mag} = f(I_{St}, x) \quad (12)$$

Darin bedeuten I_{St} der Steuerstrom und x der Abstand (Ablage, Auslenkung) des Schwebekörpers vom festgelegten Betriebspunkt des Systems. Im Bild 4 ist qualitativ der Zusammenhang gemäß Gl. (11) graphisch dargestellt.

Für die weitere mathematische Beschreibung des Verhaltens in der Umgebung des Betriebspunktes wird die lineare Näherung zugrunde gelegt. Die magnetische Kraftwirkung wird in zwei Komponenten zerlegt: zum einen in die konstante Kraft F_B , die gleich der Gewichtskraft F_G ist und von der durch den konstanten Strom I_B hervorgerufenen

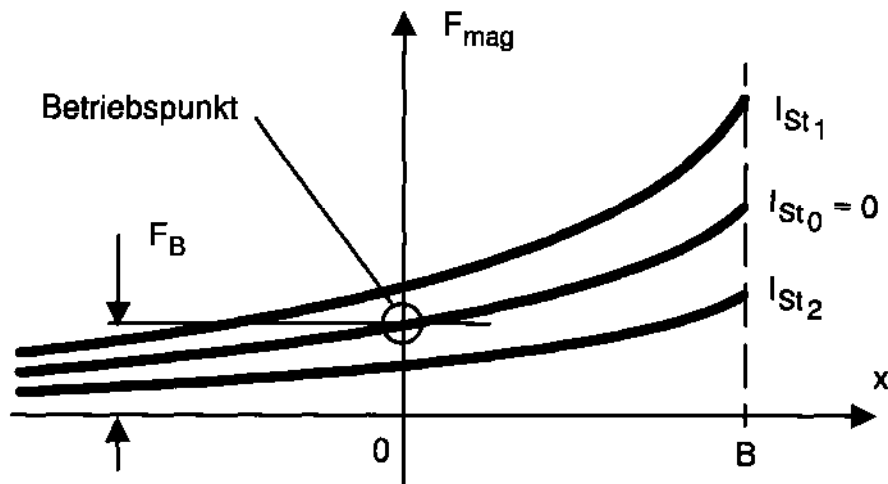


Bild 4: Magnetkraft als Funktion der Ablage x und des Steuerstromes I_{St}

Grundmagnetisierung herrührt, zum anderen in die veränderliche Kraft $F_{St}(I_{St}, x)$, die von der durch den Steuerstrom I_{St} veränderten Magnetisierung bewirkt wird. Das heißt, der Strom I_B "justiert" den Schwebekörper im Betriebspunkt und der Strom I_{St} "bewegt" ihn nach oben oder unten. Im Betriebspunkt ist $I_{St} = 0$.

Im Bild 5 ist das Kräftegleichgewicht schematisch dargestellt. Die Magnetkraft F_B ist gleich der Gewichtskraft $F_G = mg$ des Körpers. Für die "bewegende" Kraft F_{St} ergibt sich der allgemeine lineare Ansatz $\Delta F_{St} = k_1 \cdot \Delta x + k_2 \cdot \Delta I_{St}$. (Im weiteren wird Δ weggelassen, aber die Größen bezogen auf den Betriebspunkt betrachtet.) Mit Gl. (10) und den Voraussetzungen $F_{mag} = F_{St} + F_B$ und $F_G = F_B$ kann als vereinfachte, linearisierte Dgl. des Systems geschrieben werden:

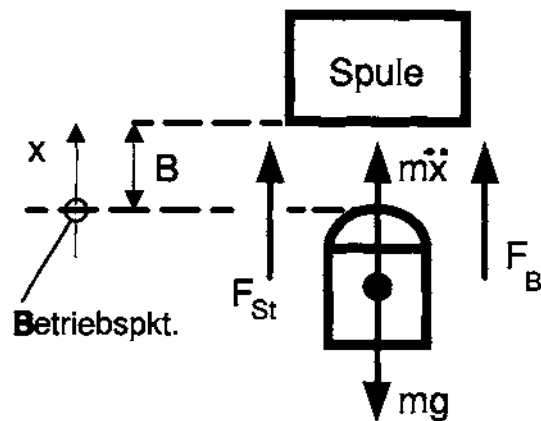


Bild 5: Kräfte am Schwebekörper

$$m \ddot{x}(t) - k_1 x(t) = k_2 I_{St}(t) \quad (12)$$

Im Versuch wird die folgende Bezeichnungsform verwendet:

$$\ddot{x}(t) - p \cdot x(t) = k \cdot I_{St}(t) \quad (13)$$

Die Koeffizienten p und k werden experimentell bestimmt.

2 Versuchsaufbau

2.1 Aufbau und Funktion der magnetischen Aufhängung

Das Bild 6 zeigt schematisch den technischen Aufbau der Versuchsanordnung.

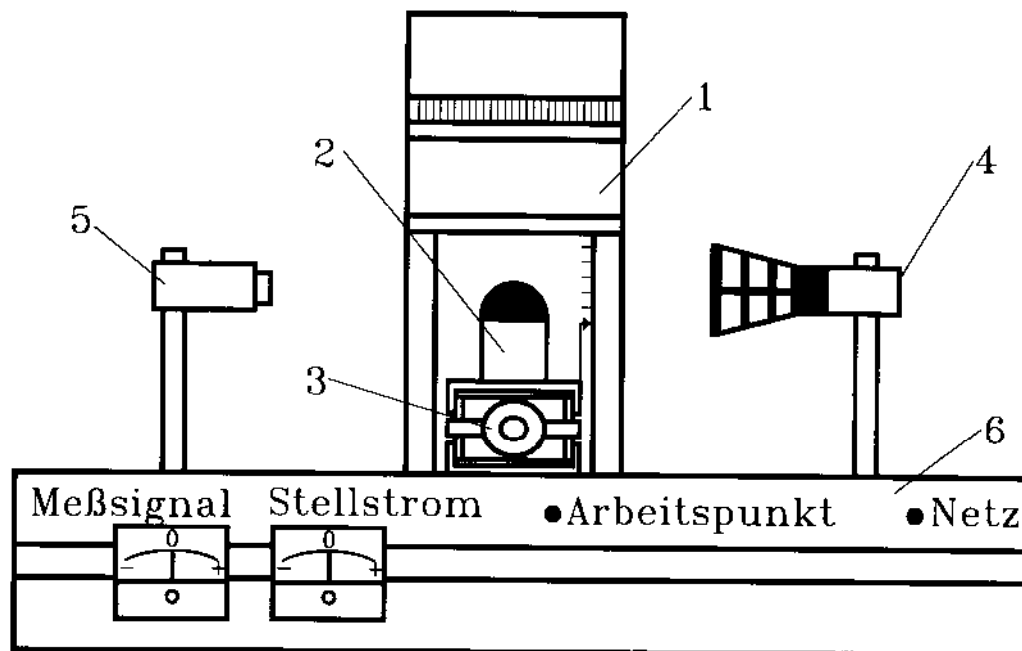


Bild 6: Versuchsaufbau

Der Elektromagnet (1) mit einem oben aufsitzenden Lüfter erzeugt die Magnetkraft. Er besitzt zwei getrennte Wicklungen, die durch den Steuerstrom I_{St} bzw. durch den konstanten Strom I_B gespeist werden. Bei dem durch I_B eingestellten labilen Gleichgewichtspunkt (Betriebspunkt B) des Schwebekörpers (2) beträgt der Abstand des Schwebekörpers (Scheitelpunkt) von der Spulenunterkante ca. 17 mm.

Der Schwebekörper wird auf den höhenverstellbaren Scherentisch (3) aufgesetzt und kann damit manuell im Arbeitsbereich positioniert werden. Die Kontrolle dieser Positionierung erfolgt an einer am Gestell angebrachten Skale. Diese manuelle Einstellung ist bei der Kennlinienaufnahme erforderlich. Ist die geregelte magnetische Aufhängung in Betrieb, wird der Körper vom Scherentisch abgehoben und frei schwebend zwischen Spule und Tisch gehalten.

Die Messung der Position des Schwebekörpers erfolgt bezüglich seiner Oberkante mit einer opto-elektrischen Wegmessung. Sie besteht aus der Halogenlampe (4) als Strahler und dem Aufnehmer (5), der im wesentlichen eine Optik und das Photoelement ent-

hält. Je nach der Lage des Schwebekörpers im Strahlengang wird das Photoelement mehr oder weniger abgeschattet. Der von ihm abgegebene "Photostrom" ist damit ein Maß für die Lage. Der Messbereich beträgt etwa 15 mm, wobei die Kennlinie des Photostromes über der Auslenkung ausreichend linear ist.

Die Schwebeanordnung und die Positionsmessung sind auf dem Grundgerät (6) montiert. Es enthält die Stromversorgung, die Messsignalverarbeitung und die Verstärkung des Stellsignals (Stellstrom I_{st}) sowie die Bereitstellung des konstanten Betriebspunktstromes I_B . Über diese Funktionen geben zwei Instrumente und zwei Leuchtdioden eine Orientierungsanzeige.

2.2 Kopplung der Versuchsanordnung mit dem Rechner

Die Versuchsanordnung der magnetischen Aufhängung bildet die Regelstrecke. In sie integriert sind die Messeinrichtung für die Lage des Schwebekörpers $x(t)$ und die Verstärkung (Stellglied) für den Steuerstrom $I_{st}(t)$.

Der Rechner bildet mit dem Programm für den digitalen Regelalgorithmus den Regler. Er enthält außerdem die Prozesskopplung, deren wesentlicher Bestandteil die Signalwandlung analog-digital eingangsseitig und digital-analog ausgangsseitig ist. (Bild 7)

Das Reglerprogramm wird zyklisch aktiviert. Das Abtastintervall beträgt 1 ms und ist damit genügend klein, um bei der vorliegenden Streckendynamik ein quasi-kontinuierliches Regelkreisverhalten zu garantieren. Der Takt wird vom Timer/Counter auf der Prozesskoppelkarte erzeugt.

Die übrigen Programmteile zur rechnergestützten Versuchsdurchführung laufen zum Reglerprogramm quasi-parallel.

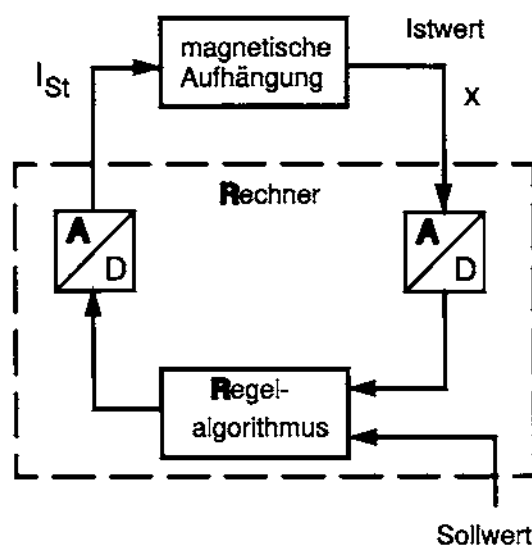


Bild 7: Schema zur Rechnerkopplung

3 Versuchsdurchführung

3.1 Verfahrensweise

Im Versuch werden zwei Komplexe bearbeitet:

- experimentelle Ermittlung der Systemkennwerte (Regelstreckenparameter)
- Bestimmung eines Reglers, der den Schwebekörper stabil im Arbeitsbereich der magnetischen Aufhängung hält.

Der Versuch wird rechnergestützt durchgeführt. Dem Rechner obliegt dabei zum einen die Realisierung des Reglers (digitaler Regelalgorithmus), zum anderen die Steuerung des Versuchsablaufes einschließlich der Bedienerkommunikation. Dieser Steuerung liegt die im Bild 8 dargestellte Bedienstruktur zugrunde.

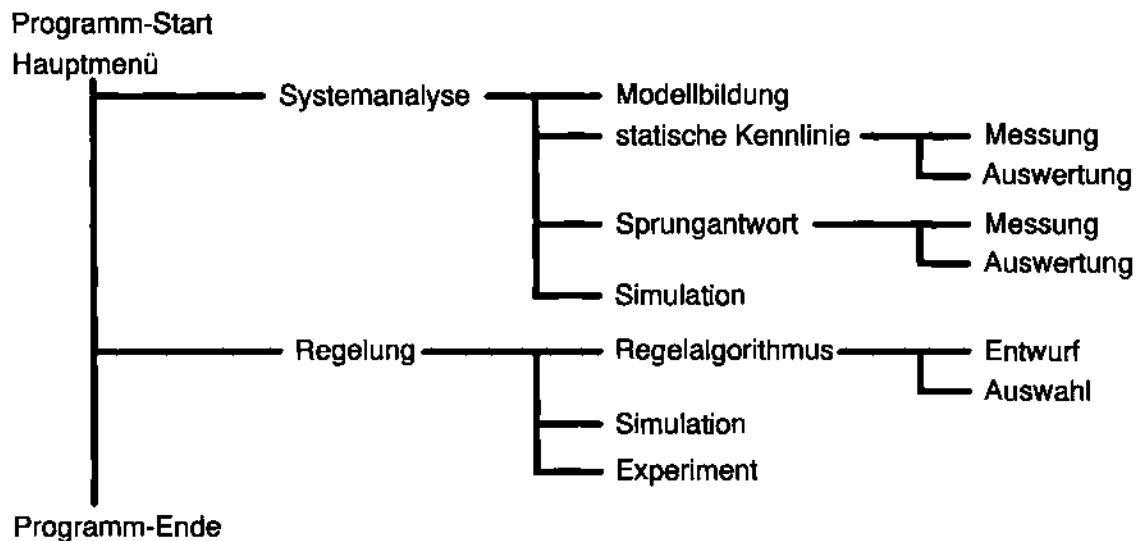


Bild 8: Bedienstruktur

Mit den Cursortasten sind die einzelnen Versuchsteile in sinnvoller Reihenfolge auszuwählen. Ein Statusfenster im oberen Bildschirmteil zeigt aktuelle Werte der im jeweiligen Programmteil interessierenden Ein- und Ausgabedaten an. In der unteren Bildschirmzeile erscheinen Hinweise zur Programmbedienung. Durch begleitenden Bildschirmtext wird die Versuchsabarbeitung unterstützt. Versuchsergebnisse (Protokolle, graphische Darstellungen) können über den Drucker ausgegeben werden.

Die Regelkreissignale werden vom Bedienungsprogramm als Problemvariable angegeben, d.h., die Regelgröße x als Weg in mm und die Stellgröße I_{St} als Strom in mA.

3.2 Aufgaben

3.2.1 Ermittlung der statischen Kennlinie

Die statische Kennlinie wird hier als die im Arbeitsbereich der magnetischen Aufhängung mögliche Menge von (labilen) Gleichgewichtspunkten verstanden.

- a) Versuchen Sie mit der Hand den Schwebekörper in einen Gleichgewichtspunkt zu bringen. Welche Verfahrensweise schlagen Sie für die Aufnahme der statischen Kennlinie vor?
- b) Wie lautet die Gleichung für das statische Verhalten? Nehmen Sie die statische Kennlinie für ca. 4 bis 5 Punkte auf und geben Sie diese auf dem Drucker aus.
- c) Bestimmen Sie aus dem erhaltenen Diagramm den Wert für den Betriebspunkt B und den Anstieg der linearisierten Kennlinie.

3.2.2 Untersuchung des dynamischen Verhaltens

Zur Darstellung des dynamischen Verhaltens des Systems dient seine Sprungantwort $x(t)$. Bei der Messung ist darauf zu achten, dass die Ausgangslage des Schwebekörpers möglichst knapp ($|x| < 1 \text{ mm}$) unterhalb des Betriebspunktes B eingestellt wird. Die Steuerung der Messung erfolgt durch den Rechner. Dazu ist die Sprunghöhe (z.B. 280 mA) einzugeben und der Sprung auszulösen. Die Weg-Zeit-Wertepaare werden vom Rechner in Echtzeit gemessen und abgespeichert. Der Verlauf wird auf dem Bildschirm dargestellt und kann ausgedruckt werden.

- a) Nehmen Sie die Sprungantwort $x(t)$ bezüglich des Betriebspunktes B auf und geben Sie das Diagramm auf dem Drucker aus.
- b) Werten Sie die aufgenommene Sprungantwort aus, indem Sie die Systemparameter p und k bestimmen. Dazu ist die halblogarithmische Darstellung der Sprungantwort auszudrucken. Aus dem näherungsweise geradlinig verlaufenden Anstieg ist zunächst p und mit dem Parameter k/p aus der statischen Kennlinie schließlich k zu bestimmen.

Für den folgenden Entwurf des Reglers ist damit ein mathematisches Modell der Strecke gemäß Gl. (13) mit experimentell ermittelten Systemparametern vorhanden.

3.2.3 Systemstabilisierung durch Regelung

Das strukturinstabile System der magnetischen Aufhängung wird durch Rückkopplung mit einem geeigneten Regler stabilisiert. Dazu sind zu untersuchen:

- a) Regelung mit P-Regler
- b) Regelung mit PD-Regler
- c) Regelung mit PID-Regler

Anhand der Differentialgleichung des Gesamtsystems Regelkreis ist mittels Hurwitz-Kriterium zunächst die prinzipielle Eignung des jeweiligen Reglertyps zu prüfen. Ist Stabilität möglich, kann mit den Hurwitz-Bedingungen der mögliche Parameterbereich für die Reglereinstellung ermittelt werden. Durch Simulation des Regelkreises und Experiment am Versuchsaufbau sollen die Regelungen mit ausgewählten Reglerparametern überprüft werden. Die unter den Punkten a), b) und c) jeweils zu lösenden Teilprobleme sind:

- Reglerentwurf

Der Entwurfsablauf erfolgt anhand eines ausführlichen Bildschirmdialogs, dabei ist die Reihenfolge P-, PD-, PID-Regler einzuhalten.

Für die Regler gelten folgende Gleichungen:

$$\text{P-Regler: } y(t) = K_R x_d(t) \quad (14)$$

$$\text{PD-Regler: } y(t) = K_R x_d(t) + K_R T_V \dot{x}_d(t) \quad (15)$$

$$\text{PID-Regler: } y(t) = K_R x_d(t) + \frac{K_R}{T_N} \int x_d(t) dt + K_R T_V \dot{x}_d(t) \quad (16)$$

(Bem.: Im Programmdialog des Versuchs steht I_{st} für y .)

Bei der Auswertung ist auf folgende Fragestellungen einzugehen:

- Ø Lässt sich mit allen aufgeführten Reglertypen ein stabiles Verhalten erreichen?
- Ø Welche statische Regelgüte ergibt sich bei den einzelnen Regelungen?

- Untersuchung des Regelverhaltens

Die Funktion des geschlossenen Regelkreises kann auf zweierlei Weise untersucht werden. Zum einen als Simulation, wobei nicht nur der Regelalgorithmus, sondern

auch die Strecke, d.h. das Systemverhalten nach Gl. (13) digital berechnet wird. Zum anderen als "realer Prozess", bei dem der Regelalgorithmus in Echtzeit über die entsprechende Prozesskopplung die Anlage "magnetische Aufhängung" steuert. Zur Auswertung sind typische Verläufe von Regelgröße und Stellgröße auf dem Protokolldrucker auszugeben.

Zusatzaufgabe

3.2.4 Darstellung der Beschreibung des Regelkreisverhaltens im Bildbereich

- a) Ermitteln Sie aus den Übertragungsfunktionen von Strecke und Regler die resultierende Übertragungsfunktion des Regelkreises für das Führungsverhalten. Normieren Sie dabei die Zähler- und Nennerpolynome mit den jeweiligen Absolutgliedern. Zur quantitativen Auswertung sind die aus dem Versuch resultierenden Zahlenwerte einzusetzen.
 - b) Geben Sie für ausgewählte Fälle das PN-Bild der Übertragungsfunktion des Führungsverhaltens an.
-

4 Aufgaben zur Versuchsvorbereitung

1. Lösen Sie die Differentialgleichung gemäß Gl. (13) und skizzieren Sie den Lösungsverlauf entsprechend Bild 1 für die folgenden Werte:

$$p = 600 \text{ s}^{-2}, k = 4,8 \text{ mm}/(\text{s}^2 \cdot \text{mA}), I_{\text{St}} = 250 \text{ mA}$$

2. Geben Sie die regelungstechnische Form der Dgl. entsprechend Gl. (2) mit den Werten aus Pkt. 1. an. Wie lauten die Streckenkennwerte T und K?
3. Welche Übertragungsfunktion ergibt sich für diese Strecke? Skizzieren Sie das zugehörige PN-Bild für die in Pkt. 1. angegebenen Parameter.