

# Klausur Gewöhnliche Differentialgleichungen für Naturwissenschaftler

18. 3. 2021

1. Gegeben sei die Differentialgleichung

$$t(t^2 + 3x^2 + 6x)x' + 3(t^2 + x^2) = 0. \quad (1)$$

- (a) Zeigen Sie, dass diese Differentialgleichung nicht exakt ist.
- (b) Die Differentialgleichung (1) besitzt einen integrierenden Faktor der Form  $\mu = \mu(x)$ . Finden Sie einen solchen und machen Sie die Differentialgleichung durch Multiplikation mit  $\mu$  exakt.
- (c) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von (1) in impliziter Form.

2. Gegeben sei das inhomogene Differentialgleichungssystem

$$x'(t) = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ -4 & -7 \end{pmatrix} x + e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

- (a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des zugehörigen homogenen Systems.
- (b) Ermitteln Sie die Lösung des inhomogenen Systems (2) unter der Anfangsbedingung

$$x(0) = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

3. Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$x'' + 4x' + 3x = 60 \cos(3t), \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = -1$$

mit Hilfe der Laplacetransformation.