

Klausur Gewöhnliche Differentialgleichungen für Naturwissenschaftler

1. 3. 2016

1. Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$t^2 x' - tx + x^2 = 0, \quad x(1) = 1$$

und geben Sie das maximale Existenzintervall der Lösung an.

2. Gegeben sei das Differentialgleichungssystem

$$x'(t) = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 6 \end{pmatrix} x.$$

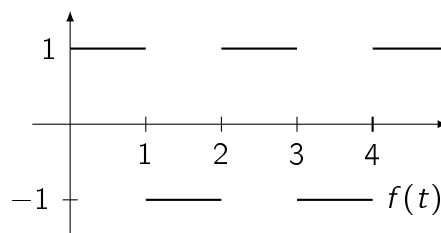
- (a) Bestimmen Sie die Lösung dieses Systems unter der Anfangsbedingung

$$x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Es sollte erkennbar sein, daß die Lösung reellwertig ist.

- (b) Skizzieren Sie das Phasenporträt des Systems in der Nähe des Gleichgewichtspunktes $(0, 0)$ und klassifizieren Sie diesen hinsichtlich seines Stabilitätscharakters.

3. Gegeben sei folgende Funktion $f(t)$, die man sich periodisch auf \mathbb{R}^+ fortgesetzt denken soll.



Berechnen Sie die Laplacetransformierte $(\mathcal{L}f)(s)$ dieser Funktion! Geben Sie auch an, für welche $s \in \mathbb{C}$ sie existiert.

4. Finden Sie alle Gleichgewichtspunkte des nichtlinearen Systems

$$\begin{aligned} x' &= -x - 3y^2 \\ y' &= -y \end{aligned}$$

und beurteilen Sie ihre Stabilität mittels Linearisierung.