

# Klausur Gewöhnliche Differentialgleichungen für Naturwissenschaftler

3. 3. 2015

1. Lösen Sie das Anfangswertproblem für die Ähnlichkeitsdifferentialgleichung

$$x'(t) = \frac{2t + 2x}{3t + x}, \quad x(2) = 0.$$

2. Gegeben sei das Differentialgleichungssystem

$$x'(t) = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 8e^t \\ 4 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des zugehörigen homogenen Systems.  
(b) Ermitteln Sie nun die allgemeine Lösung des inhomogenen Systems mittels Variation der Konstanten.
3. Wir betrachten einen harmonischen Oszillator ohne Reibung, der aus dem Ruhezustand durch eine zunächst linear anwachsende und dann konstante äußere Kraft angeregt wird. Lösen Sie dazu das Anfangswertproblem

$$x'' + \omega_0^2 x = f(t), \quad x(0) = x'(0) = 0$$

mit einer Konstanten  $\omega_0 > 0$  und

$$f(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t \leq 1, \\ 1, & t > 1, \end{cases}$$

mit Hilfe der Laplacetransformation.

Hinweise: Stellen Sie die rechte Seite mit Hilfe der Funktion

$$u_1(t) = \begin{cases} 0, & t < 1, \\ 1, & t \geq 1, \end{cases}$$

dar und verwenden Sie  $\mathcal{L}(t)(s) = \frac{1}{s^2}$ .