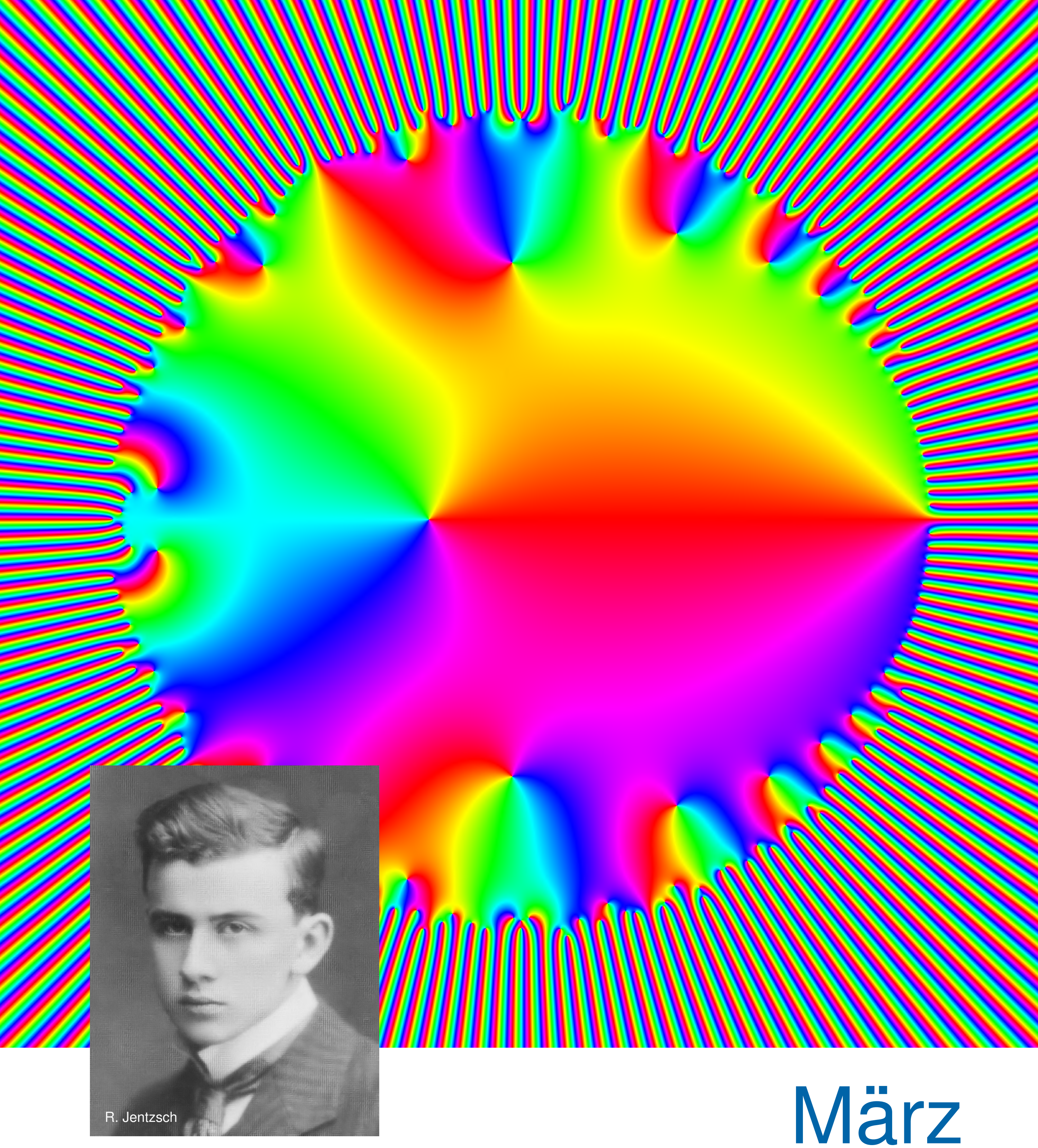


März

Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31										

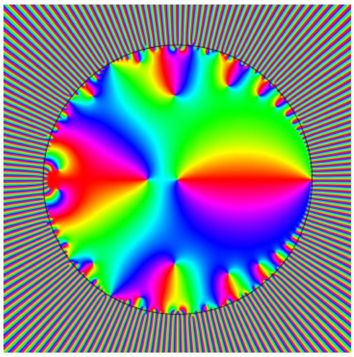
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERGAKADEMIE FREIBERG

Der Satz von Jentzsch

Wir betrachten die geometrische Reihe $1 + z + z^2 + \cdots$, die innerhalb des Einheitskreises konvergiert. Ihre Partialsummen $S_n(z) := 1 + z + z^2 + \cdots + z^n = (1 - z^{n+1})/(1 - z)$ haben Nullstellen bei den von 1 verschiedenen $(n + 1)$-ten Einheitswurzeln. Wenn n gegen Unendlich strebt, so beobachten wir, dass sich die Menge der Nullstellen gegen jeden Punkt des Einheitskreises häuft. Der Satz von Jentzsch sagt, dass das für jede Potenzreihe $a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \cdots$ mit Konvergenzradius r passiert, falls $0 < r < \infty$, d.h. jeder Punkt auf dem Kreis mit Radius r ist Grenzwert einer gewissen Folge von Nullstellen der Partialsummen der Potenzreihe. Die im Bild des Monats dargestellte Funktion ist die 20-te Partialsumme (ein Polynom vom Grad 190) der im Einheitskreis konvergenten Potenzreihe

$$f(z) = \sum_{k=1}^{\infty} k^2 z^{k(k-1)/2}.$$

Das nebenstehende Bild zeigt diese Partialsumme zusammen mit dem Rand ihres Konvergenzkreises. Wir beobachten, dass es sehr viele Nullstellen in der Nähe des Kreises gibt, wobei diese entlang eines gewissen Teilbogens alle innerhalb, sonst aber zu beiden Seiten des Kreises liegen. Der Satz von Jentzsch sichert, dass sich die Nullstellen sämtlicher Partialsummen längs der gesamten Kreislinie häufen. Jentzsch erzielte auch quantitative Ergebnisse über die Lage der Nullstellen der Partialsummen: Sei $r > 0$ der Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k$. Wir fixieren $\varepsilon > 0$ und bezeichnen mit $\Phi(n)$ die Anzahl der Nullstellen der n-ten Partialsumme innerhalb des Kreises mit Radius $r + \varepsilon$. Dann gilt $\limsup_{n\to\infty} \Phi(n)/n = 1$. Während dies die bekanntesten Resultate von Jentzsch sind, bewies er in seinem kurzen Leben viele andere interessante Sätze.



Robert Georg Adolf Alfred Jentzsch (1890 – 1918)

wurde in Königsberg geboren. Nach einem Semester in Jena wechselte er an die heutige Humboldt-Universität Berlin. Sein Betreuer war Georg Frobenius, der Jentzsch hoch schätzte. Jentzsch wurde auch für eine Professur in Berlin in Betracht gezogen, den Ruf erhielt dann allerdings Issai Schur. 1914 wurde Jentzsch zur Armee eingezogen und erreichte den Rang eines Leutnants. Er beschäftigte sich weiter mit Mathematik und hielt 1916 seinen Habilitationsvortrag, genau einen Tag bevor er wieder zum aktiven Dienst einrücken musste. Im März 1918 fiel er.

Jentzsch schrieb viele Gedichte. Ein Freund wollte diese herausgeben, was aber nie geschah, so dass die meisten seiner Manuskripte verloren gingen. Allerdings gibt es von vielen Gedichten Abschriften, die heute in Marbach und Berlin aufbewahrt werden. In einem biographischen Aufsatz schreiben die Autoren:[1] „Außer seinem mathematischen Schaffen hinterließ Robert Jentzsch eine große Zahl von Gedichten, von denen einige in literarischen Zeitschriften und sogar einem Buch erschienen. In Literatenkreisen wurde er als ein Poet angesehen, der auch Mathematik betrieb.“

Die Gefangenen

Uns blieb das enge Zimmer nicht erspart,
Drin wir wie Tiere trotten auf und ab.
Die Zeit fällt langsam in ihr Abgrund-Grab . . .
Der Teppich schweigt und jene Diele knarrt.

Weh! Schon fliesst über schrill in Abendrot
Der Horizont ! — fern hinterm Fensterglas . . .
Da schäumt noch einmal wütend unser Hass.
Dann wirft er uns zu Schatten, toll und tot.

[1] Duren, Peter; Herbig, Anne-Katrin; Khavinson, Dmitry, Robert Jentzsch, mathematician and poet. Math. Intelligencer 30 (2008), no. 3, 18–24.
Peter Duren selbst wird im Februar dieses Jahres porträtiert.