Lösungen zum Übungsblatt Elementare Funktionen für Naturwissenschaftler (HM1)

Aufgabe 1

a) $x_{N1} = 0, x_{N2} = 0{,}6 \quad ; y = 5x(x + 0{,}6)$

b) $x_N = 3, y = -2(x-3)(x^2 + x + 2)$

c) $x_{N1,N2} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}; \;\; y = 4(x + \frac{1}{\sqrt{2}})(x - \frac{1}{\sqrt{2}})(x^2 + \frac{1}{2})$

Aufgabe 2

a) $y = (x-7)^2 + 2$ b) $y = (x+7)^2$ c) $y = -(x-a)^2 - b$

Aufgabe 3

Ansatz: $p(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$ und $p(0) = -6 \Rightarrow a_0 = -6$ und $p(1) = -2 \Rightarrow a_4 + a_2 = 4$.

Jetzt sind a_2, a_4 unter dieser Bedingung so zu wählen, dass $p(x)$ keine Nullstellen besitzt.

Das ist z.B. für $a_2 = 6$ und $a_4 = -2$ der Fall, denn $-2x^4 + 6x^2 - 6 = 0$ hat keine reellen Lösungen, also ist $p(x) = -2x^4 + 6x^2 - 6$ eine mögliche Funktion.

Aufgabe 4

Wählt man $a_2 = a_5 = 0, a_3 = 3$ und $a_6 = -5$, so besitzt $f(x)$ die geforderten Nullstellen, den Pol und die Lücke, und es gilt $f(x) = \frac{a_1x^3 - a_1(3+a_4)x^2 + 3a_1a_4x}{x(x+5)}$.

Die Polynomdivision muss auf $f(x) = 3x + 2 + R(x)$ führen ($R(x)$ - echt gebrochen rationaler Rest); daraus erhält man $a_1 = 3$ und $a_4 = -\frac{26}{3}$.

Aufgabe 5

a) $D_f = (-\infty;1] - \{0\}, W_f = (-\infty;0) \cup [2;\infty)$

b) $D_f = (-1;1), W_f = [0;\infty)$

c) $D_f = (0;\infty), W_f = (1;\infty)$

d) $D_f = R - \{0\}, W_f = (0;1) \cup (1;\infty)$

Aufgabe 6

a) Substitution: $e^x = t$, dann $t_1 = 3, t_2 = 2 \Rightarrow x_1 = \ln 3, x_2 = \ln 2$

b) $x_k = \frac{\pi}{6} + k\pi$

c) $x_N = 0$ d) $x_N = \pi$

Aufgabe 7

a) 1 b) 0 c) nicht definiert d) 0 e) 0 f) nicht def. g) 1 h) n.d.