Aufgabe 4)

3 Zulieferer für Komponente A:

A_i - „Der i-te Zulieferer für Komponente A liefert diese zuverlässig.“ $\qquad i = 1, 2, 3$

$$P(A_1) = 0{,}98 \quad \text{und} \quad P(A_2) = 0{,}95 \quad \text{und} \quad P(A_3) = 0{,}9.$$

2 Zulieferer für Komponente B:

B_i - „Der i-te Zulieferer für Komponente B liefert diese zuverlässig.“ $\qquad i = 1, 2$

$$P(B_1) = P(B_2) = 0{,}95.$$

4 Zulieferer für Komponente C:

C_i - „Der i-te Zulieferer für Komponente C liefert diese zuverlässig.“ $\qquad i = 1, \ldots, 4$

$$P(C_1) = \ldots = P(C_4) = 0{,}8.$$

Aufgabe 4 a)

P - „Die Produktion läuft im kommenden Jahr ohne Störungen bei der Zulieferung der 3 Komponenten.“

$$P = (\underbrace{A_1 \cup A_2 \cup A_3}_{A}) \cap (\underbrace{B_1 \cup B_2}_{B}) \cap (\underbrace{C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4}_{C})$$

! Fertigungen der Komponenten in den einzelenen Betrieben beeinflußen sich nicht gegenseitig $\Longrightarrow A_1, \ldots, A_3, B_1, B_2, C_1, \ldots, C_4$ sind vollständig stochastisch unabhängig.

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) \overset{!}{=} 1 - \prod_{i=1}^{3}(1 - P(A_i)) \\ &= 1 - ((1 - 0{,}98)(1 - 0{,}95)(1 - 0{,}9)) = 1 - (0{,}02 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}1) = 0{,}9999 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B) &= P(B_1 \cup B_2) \overset{!}{=} 1 - \prod_{i=1}^{2}(1 - P(B_i)) \\ &= 1 - ((1 - 0{,}95)(1 - 0{,}95)) = 1 - (0{,}05 \cdot 0{,}05) = 0{,}9975 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(C) &= P(C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4) \overset{!}{=} 1 - \prod_{i=1}^{4}(1 - P(C_i)) \\ &= 1 - (1 - 0{,}8)^4 = 1 - (0{,}2)^4 = 0{,}9984 \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
P(P) = P(A \cap B \cap C) &\overset{!}{=} P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \\
&= 0{,}9999 \cdot 0{,}9975 \cdot 0{,}9984 = \underline{0,9958044096}
\end{aligned}
$$

<u>Aufgabe 4 b)</u>

X- zufällige Anzahl der Zulieferer von Komponente C die liefern können.

n=4 Zulieferer mit Liefersicherheit von jeweils $p = 0,8$ (unabhängig voneinander), damit ist X binomialverteilt:

$$X \sim \mathbf{Bin}(4; 0,8)$$

$$C = \text{„mindestens 2 Zulieferer können die Komponente C liefern“}$$

$$
\begin{aligned}
P(C) &= P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) \\
&= \binom{4}{2} 0,8^2 \cdot 0,2^2 + \binom{4}{3} 0,8^3 \cdot 0,2^1 + \binom{4}{4} 0,8^4 \cdot 0,2^0 \\
&= \underline{0,9728}
\end{aligned}
$$

oder auch so:

$$
\begin{aligned}
P(C) &= P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1)) \\
&= 1 - \left(\binom{4}{0} 0,8^0 \cdot 0,2^4 + \binom{4}{1} 0,8^1 \cdot 0,2^3 \right) \\
&= 1 - 0,0272 = \underline{0,9728}
\end{aligned}
$$

damit ist:

$$
\begin{aligned}
P(A \cap B \cap C) &= P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) \\
&= 0,9999 \cdot 0,9975 \cdot 0,9728 \\
&= \underline{0,9703}
\end{aligned}
$$