1.2 Rechengesetze

Komplementäres Ereignis: $A^c = \neg A = \overline{A} = \Omega \backslash A \qquad P(A^c) = 1 - P(A)$

Regeln von de Morgan: $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c \quad \text{und} \quad (A \cup B)^c = A^c \cap B^c.$

allgemeine Additionsregel: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$

Wenn A und B unvereinbare (disjunkte) Ereignisse $[A \cap B = \emptyset]$, dann gilt:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

allgemeine Multiplikationsregel: Falls $P(A) > 0$ und $P(B) > 0$, dann gilt:

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = P(B|A) \cdot P(A).$$

Wenn A und B (paarweise) unabhängig voneinander, dann gilt:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B).$$

Wenn $A_1, \ldots, A_k$ vollständig stochastisch unabhängige zufällige Ereignisse sind, dann gelten:

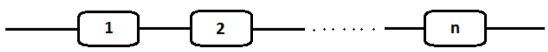
$$P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_k) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \ldots \cdot P(A_k) = \prod_{i=1}^{k} P(A_i)$$

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_k) = 1 - ((1 - P(A_1)) \cdot (1 - P(A_2)) \cdot \ldots \cdot (1 - P(A_k))) = 1 - \prod_{i=1}^{k} (1 - P(A_i)).$$

1.3 Zuverlässigkeit

F - System funktioniert
F_i - i-tes Element des Systems funktioniert $\quad i = 1, \ldots, n$

Seriensystem (Reihensystem)



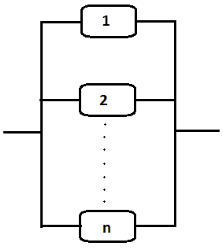
Das System funktioniert, falls alle Elemente des Systems funktionieren.

$$F = F_1 \cap F_2 \cap \ldots \cap F_n$$

Das System fällt aus, falls ein Element des Systems ausfällt.

$$F^c = F_1^c \cup F_2^c \cup \ldots \cup F_n^c$$

Parallelsystem



Das System funktioniert, falls ein Element des Systems funktioniert.

$$F = F_1 \cup F_2 \cup \ldots \cup F_n$$

Das System fällt aus, falls alle Elemente des Systems ausfallen.

$$F^c = F_1^c \cap F_2^c \cap \ldots \cap F_n^c$$

1.4 BAYES'sche Formel

Voraussetzung: $P(B) > 0$

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ bedingte Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A unter der Bedingung, dass das Ereignis B eingetreten ist (Wkt. von A unter Bedingung B)

Totale Wahrscheinlichkeit:

Voraussetzung: Die B_i $(i = 1, \ldots, n)$ bilden eine Zerlegung von Ω.
(d.h. $B_j \cap B_k = \emptyset$ für $j \neq k$ und $\bigcup_{i=1}^{n} B_i = \Omega$)

$P(A) = \sum_{k=1}^{n} P(A \cap B_k) = \sum_{k=1}^{n} P(A|B_k)P(B_k)$ totale Wahrscheinlichkeit für A.

BAYES'sche Formel:

Voraussetzung: Die B_i $(i = 1, \ldots, n)$ bilden eine Zerlegung von Ω und $P(A) > 0$.

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A|B_i)P(B_i)}{\sum_{k=1}^{n} P(A|B_k)P(B_k)} \quad i = 1, \ldots, n$$

$P(B_i)$ a-priori Wahrscheinlichkeiten
$P(B_i|A)$ a-posteriori Wahrscheinlichkeiten