

4. Übung(sserie) Statistik für Ingenieure WiSe 19/20

1. **Aufgabe:** Ein Atomreaktor muss notfallmäßig abgeschaltet werden, wenn die Temperatur im Reaktorkern über ein bestimmtes Niveau ansteigt. Dazu werden Bimetallschalter eingebaut, die bei Überschreitung der Grenztemperatur ein Signal auslösen. Leider hat unter der gegebenen Strahlenbelastung jeder der Schalter eine begrenzte Lebensdauer L (in Tagen), wobei die Verteilungsfunktion mit den Parametern $m = 2$ und $\beta = 0,5 \cdot 10^3$ in der folgenden Form gegeben ist:

$$F_L(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^m}$$

- Wie heißt diese Verteilung?
 - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass solch ein Schalter
 - mindestens 500 Tage und
 - höchstens 1000 Tage funktioniert?
 - Wie groß ist der Erwartungswert und der Median dieser Verteilung?
2. **Aufgabe:** Die Zeit X (in Minuten), die ein Fräsvorgang benötigt, wird erfahrungsgemäß durch die folgende Dichte beschrieben:

$$\begin{aligned} f_X(t) &= e^{-(t-10,5)} \cdot I_{[10,5,\infty)}(t) \\ &= \begin{cases} 0 & : t < 10,5 \\ e^{-(t-10,5)} & : t \geq 10,5 \end{cases} \end{aligned}$$

- Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion von X .
 - Damit es in der Fertigung nicht zu Stau kommt, sollte der Fräsvorgang höchstens 10,7 Minuten dauern. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Fräsung diesen Anforderungen nicht genügt?
 - Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Verteilung von X und einer Exponentialverteilung und einer Weibullverteilung?
 - Wie groß ist der Erwartungswert von X ?
3. **Aufgabe:** Das tatsächliche Füllgewicht von Schachteln mit Salz ist eine normalverteilte Zufallsgröße mit dem Sollnettogewicht von 250 g als Erwartungswert und einer Varianz von 25 g².

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit fehlen mehr als 5 g vom Sollnettogewicht?
- In welchen Grenzen liegt mit Wahrscheinlichkeit 0,95 das tatsächliche Füllgewicht?
- Wie groß darf die Standardabweichung des Füllgewichts höchstens sein, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von wenigstens 0,99 mindestens 245 g in einer Schachtel enthalten sind?
- Auf welchen Erwartungswert muss die Abfüllanlage eingestellt werden, wenn mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 0,90 höchstens 255 g in einer Schachtel sein dürfen?

e) Jemand kauft zwei Schachteln mit Salz. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fehlen mehr als 10 g vom Sollnettogewicht von 500 g?

4. **Aufgabe:** Bei einem Explorationsprojekt für die Nutzung geothermischer Energien soll eine 3 km tiefe Probebohrung gemacht werden. Ein Bohrkopf kostet 30000 Euro und hält durchschnittlich 30 m durch, aber das variiert. Der Variationskoeffizient ist 3.

Wie hoch sollte Ihr Budget für Bohrköpfe sein, damit Sie das Bohrprojekt mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% auch bis zu Ende durchführen können?