1.Übung(sserie) Statistik für Ingenieure WiSe 19/20

1. Aufgabe: A_k bezeichne das Ereignis, dass ein Student bei einer Klausur mindestens k Punkte erreicht ($k = 0, 1, 2, \ldots, 100$).

a) Drücken Sie die folgenden Ereignisse mit diesen Ereignissen A_k aus:

   i. Der Student erreicht höchstens 25 Punkte.

   ii. Der Student erhält wenigstens 45 und höchstens 50 Punkte.

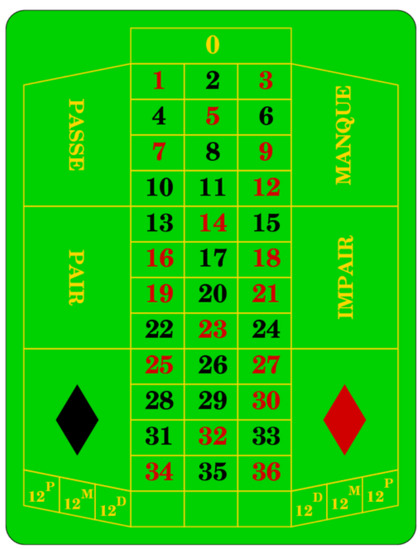
   iii. Der Student erreicht genau 30 Punkte.

b) Was ist die Ergebnismenge Ω, d.h. das sichere Ereignis?

c) Bilden die Ereignisse $A_0, A_1, \ldots, A_{100}$ eine Zerlegung von Ω?

d) B_k bezeichne das Ereignis, dass ein Student bei einer Klausur genau k Punkte erreicht ($k = 0, 1, 2, \ldots, 100$). Beantworten Sie (a) und (c), jetzt aber mit den Ereignissen B_k (anstelle A_k).

2. Aufgabe: Betrachten Sie das Roulette-Spiel.
Sei R das Ereignis, dass eine rote Zahl gewinnt, S das Ereignis, dass eine schwarze Zahl gewinnt und E das Ereignis, dass eine der Zahlen von 1 bis 12 gewinnt.



a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine rote Zahl gewinnt?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass keine schwarze Zahl gewinnt?

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine der Zahlen von 1 bis 12 gewinnt?

d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine rote oder eine schwarze Zahl gewinnt?

e) Angenommen, eine rote Zahl aus den Bereich von 1 bis 12 gewinnt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es sich um eine gerade Zahl handelt? Was ist neuartig an dieser Aufgabe und bedarf einer systematischen Betrachtung?

f) Bestimmen Sie $P(R|E)$. Sind die beiden Ereignisse R und E unabhängig?

3. Aufgabe: Sie messen die Belastbarkeit einer Stahlprobe und ermitteln, wie viele Sekunden sie einer schwellenden Belastung standhält. Das Experiment können Sie durch die Ergebnismenge (sicheres Ereignis) $\Omega = \{1, 2, 3, ...\}$ modellieren. Weitere Ereignisse seien

$$\begin{aligned} A &= \{x : 1 \leq x < 8\} = \{1, 2, \ldots, 7\} \\ B &= \{x : 5 < x < 96\} = \{6, 7, ..., 95\} \end{aligned}$$

Es wird behauptet, dass $P(A) = 0{,}3$, $P(B) = 0{,}5$ und $P(A \cap B) = 0{,}1$ ist.

(Um diese Behauptung zu überprüfen werden n unanhängige Experimente durchgeführt.)

Beschreiben Sie die folgenden Ereignisse (formal und mit Worten) und berechnen Sie deren Wahrscheinlichkeiten. Nehmen Sie dazu an, dass die behaupteten Wahrscheinlichkeiten richtig sind:

a) $A \cup B$	**b)** $A \cap B$	**c)** A^c
d) B^c	**e)** $A \cap B^c$	**f)** $A^c \cap B$
g) $A \cup B^c$	**h)** $A^c \cup B$	**i)** $A^c \cap B^c$
j) $A^c \cup B^c$		

4. Aufgabe:

Eine technische Anlage wurde bezüglich der Ausfallursachen beobachtet. Es ergab sich folgendes Bild:

- 15% der Ausfälle hatten Störungen nur des elektrischen Systems als Ursache.
- 80% der Ausfälle hatten Störungen nur des mechanisch-hydraulischen Systems als Ursache.
- 5% der Ausfälle hatten Schäden im elektrischen wie im mechanisch-hydraulischem System zu verzeichnen.

Ein Ausfall der Anlage erfordert jeweils eine längere Reparatur der Anlage durch einen Elektriker oder/und einen Schlosser in der Zeit nach der jeweiligen Schicht. Eine Reparatur während der Schicht kann aus Sicherheitsgründen nicht erfolgen. Ebenso zeigte die Beobachtung, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,05 mit dem Ausfall der Anlage während einer Schicht zu rechnen ist.

Es soll jetzt eine kommende beliebige Schicht betrachtet werden:

a) Definieren Sie Ereignisse für die notwendige Übersetzung der obigen Prozentzahlen in Wahrscheinlichkeiten (bzw. bedingte Wahrscheinlichkeiten), und geben Sie die daraus folgende Festsetzung der Wahrscheinlichkeiten an!

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird keine Reparatur erforderlich sein?

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird ein Elektriker angefordert?

d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird ein Schlosser angefordert?