

10. Lösung weitere Übungsaufgaben Statistik I SoSe 2019

1. Aufgabe:

a) Zeichnen Sie für folgende Daten den Box-Plot.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	0,25	0,4	0,55	0,7	0,95	1,6	2,25	3,3	6,7	8

b) Ist die Verteilung symmetrisch, rechtsschief oder linksschief?

Lösung:

a) Hier liegt schon eine geordnete Stichprobe vor, d.h. $x_i = x_{(i)}$ $i = 1, \dots, 10$.

$$n = 10$$

$$n \cdot 0,5 = 5 \quad \Rightarrow \quad \tilde{x} = \tilde{x}_{0,5} = \frac{1}{2}(x_{(5)} + x_{(6)}) = \frac{1}{2}(0,95 + 1,6) = \underline{1,275}$$

$$n \cdot 0,25 = 2,5 \quad \Rightarrow \quad V_u = \tilde{x}_{0,25} = x_{(3)} = \underline{0,55}$$

$$n \cdot 0,75 = 7,5 \quad \Rightarrow \quad V_o = \tilde{x}_{0,75} = x_{(8)} = \underline{3,3}$$

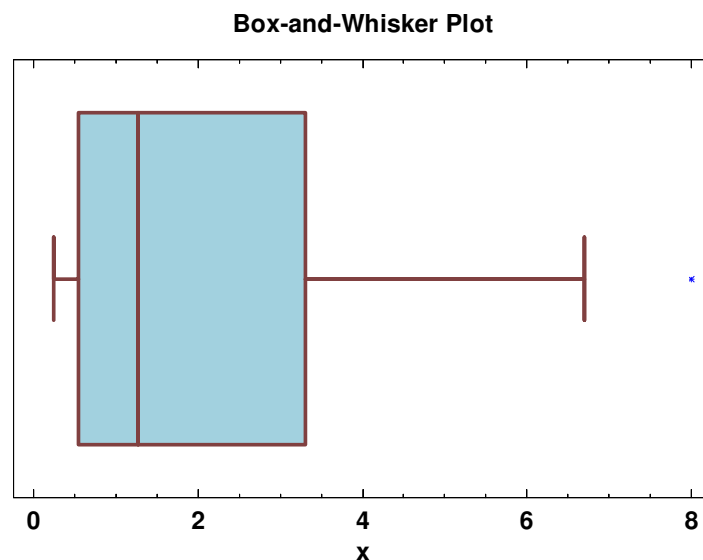
$$\Rightarrow \quad d = V_o - V_u = 3,3 - 0,55 = 2,75$$

$$A_u = V_u - 1,5 \cdot d = 0,55 - 1,5 \cdot 2,75 = -3,575 < 0,25 = x_{(1)}$$

\Rightarrow Es gibt keine Ausreißer nach unten.

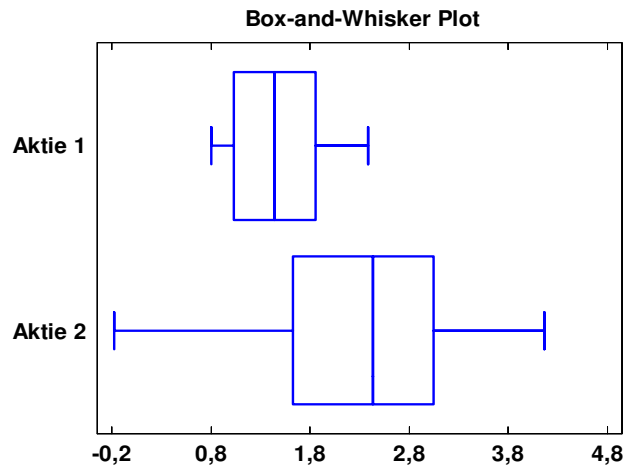
$$A_0 = V_o + 1,5 \cdot d = 3,3 + 1,5 \cdot 2,75 = 7,425 < 8 = x_{(10)}$$

\Rightarrow $x_{(10)}$ ist ein Ausreißer nach oben.



b) Die Verteilung ist rechtsschief.

2. **Aufgabe:** Für zwei verschiedene Aktien wurde der relative Kurszuwachs (in %) beobachtet. Aus den jeweils 20 Quartalsdaten ergaben sich die folgenden Box-Plots.



Vergleichen Sie die Box-Plots der relativen Kurszuwächse der beiden Aktien bezüglich der Lage und der Streuung. Welche Gründe sprechen, aufgrund der Box-Plots dafür, sich für die Aktie 1 zu entscheiden, und welche dagegen?

Lösung:

Gegen die Aktie 1 spricht, dass bei Aktie 1 meistens geringere relative Kurszuwächse beobachtet worden sind als bei Aktie 2. So liegen z.B. der maximale Wert bei Aktie 1 unter dem Median von Aktie 2 und der Median bei Aktie 1 unter den unteren Viertelwert von Aktie 2. Die gesamte Box liegt bei Aktie 1 weiter links. Bei der Aktie 1 sind also geringere Kurszuwächse zu erwarten als bei Aktie 2.

Bei Aktie 1 ist die Streuung geringer als bei Aktie 2. So ist sowohl der Quartilsabstand, als auch die Spannweite bei Aktie 1 kleiner als bei Aktie 2. Bei Aktie 2 wurden auch kleinere relative Kurszuwächse beobachtet als der minimale relative Kurszuwachs bei Aktie 1. Die Aktie 1 ist aus dieser Sicht sicherer, das spricht für Aktie 1.

3. **Aufgabe:** Die Anzahl der Silberunzen pro Tonne wurde in zwei verschiedenen Minen wie folgt beobachtet:

Mine A	35	33	36	38	42	43	44	46	47	46
	49	50	50	52	53	54	61	74	77	86
Mine B	22	23	27	28	31	33	34	36	37	39
	42	43	46	47	48	49	50	51	58	

Stellen Sie die Box-Plots für beide Stichproben dar und vergleichen Sie diese.

Lösung:

Mine A: Geordnete Stichprobe:

$$\begin{array}{cccccccc} x_{(1)} = 33 & x_{(2)} = 35 & x_{(3)} = 36 & x_{(4)} = 38 & x_{(5)} = 42 & x_{(6)} = 43 & x_{(7)} = 44 \\ x_{(8)} = 46 & x_{(9)} = 46 & x_{(10)} = 47 & x_{(11)} = 49 & x_{(12)} = 50 & x_{(13)} = 50 & x_{(14)} = 52 \\ x_{(15)} = 53 & x_{(16)} = 54 & x_{(17)} = 61 & x_{(18)} = 74 & x_{(19)} = 77 & x_{(20)} = 86 \end{array}$$

Der Stichprobenumfang ist $n = 20$.

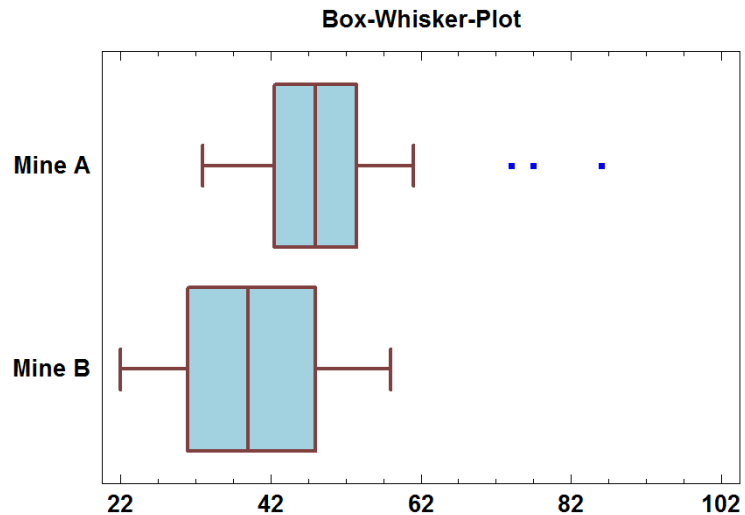
$$\begin{aligned} n \cdot 0,5 = 10 & \implies \tilde{x} = \tilde{x}_{0,5} = \frac{1}{2}(x_{(10)} + x_{(11)}) = \frac{1}{2}(47 + 49) = \underline{48} \\ n \cdot 0,25 = 5 & \implies V_u = \tilde{x}_{0,25} = \frac{1}{2}(x_{(5)} + x_{(6)}) = \frac{1}{2}(42 + 43) = \underline{42,5} \\ n \cdot 0,75 = 15 & \implies V_o = \tilde{x}_{0,75} = \frac{1}{2}(x_{(15)} + x_{(16)}) = \frac{1}{2}(53 + 54) = \underline{53,5} \\ & \implies d = V_o - V_u = 53,5 - 42,5 = 11 \\ A_u = V_u - 1,5 \cdot d & = 42,5 - 1,5 \cdot 11 = 26 < 33 = x_{(1)} \\ & \implies \text{Es gibt keine Ausreißer nach unten.} \\ A_o = V_o + 1,5 \cdot d & = 53,5 + 1,5 \cdot 11 = 70 < 74 = x_{(18)} \\ & \implies x_{(18)} = 74, x_{(19)} = 77 \text{ und } x_{(20)} = 86 \text{ sind Ausreißer nach oben.} \end{aligned}$$

Mine B: Geordnete Stichprobe (schon geordnet gegeben):

$$\begin{array}{cccccccc} x_{(1)} = 22 & x_{(2)} = 23 & x_{(3)} = 27 & x_{(4)} = 28 & x_{(5)} = 31 & x_{(6)} = 33 & x_{(7)} = 34 \\ x_{(8)} = 36 & x_{(9)} = 37 & x_{(10)} = 39 & x_{(11)} = 42 & x_{(12)} = 43 & x_{(13)} = 46 & x_{(14)} = 47 \\ x_{(15)} = 48 & x_{(16)} = 49 & x_{(17)} = 50 & x_{(18)} = 51 & x_{(19)} = 58 \end{array}$$

Der Stichprobenumfang ist $n = 19$.

$$\begin{aligned} n \cdot 0,5 = 9,5 & \implies \tilde{x} = \tilde{x}_{0,5} = x_{(10)} = \underline{39} \\ n \cdot 0,25 = 4,75 & \implies V_u = \tilde{x}_{0,25} = x_{(5)} = \underline{31} \\ n \cdot 0,75 = 14,25 & \implies V_o = \tilde{x}_{0,75} = x_{(15)} = \underline{48} \\ & \implies d = V_o - V_u = 48 - 31 = 17 \\ A_u = V_u - 1,5 \cdot d & = 31 - 1,5 \cdot 17 = 5,5 < 22 = x_{(1)} \\ & \implies \text{Es gibt keine Ausreißer nach unten.} \\ A_o = V_o + 1,5 \cdot d & = 48 + 1,5 \cdot 17 = 73,5 > 58 = x_{(19)} \\ & \implies \text{Es gibt keine Ausreißer nach oben.} \end{aligned}$$



Bei Mine A sind Höhere Erträge zu erwarten als bei Mine B. So liegt die Box bei Mine A weiter rechts. Der minimale beobachtete Wert bei Mine A ist größer als der untere Viertelwert bei Mine B. Der Median bei Mine A ist gleich den oberen Viertelwert bei Mine B.

Der Quartilsabstand bei Mine A ist kleiner als bei Mine B. Die Spannweite hingegen ist bei Mine A größer. Bei Mine A gibt es drei Ausreißer nach oben. Zieht man die Ausreißer nicht mit in die Betrachtungen ein, so ist die Streuung bei Mine A geringer als bei Mine B.

Die Verteilung ist bei Mine B symmetrisch, bei Mine A (aufgrund der Ausreißer) hingegen nicht.