

|              |  |  |  |  |  |
|--------------|--|--|--|--|--|
| Matrikel-Nr. |  |  |  |  |  |
|--------------|--|--|--|--|--|

## Modulprüfung

Prüfungsfach: Statistik I für Betriebswirte  
 Prüfer: Prof. Hans-Jörg Starkloff  
 Tag: 30. Juli 2018

|                    |   |   |   |   |   |   |   |    |
|--------------------|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Aufgabe            | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Σ  |
| erreichbare Punkte | 6 | 5 | 5 | 5 | 6 | 5 | 8 | 40 |
| erreichte Punkte   |   |   |   |   |   |   |   |    |

**Geben Sie zu allen Aufgaben einen nachvollziehbaren Lösungsweg an!  
 Beantworten Sie die Fragen möglichst kurz und mit eigenen Worten!**

- 1. Aufgabe:** Auf dem Markt für Baufahrzeuge stehen fünf Unternehmen im Wettbewerb. In einer betrachteten Periode weisen sie folgende Absatzzahlen vor.

|             |     |     |    |    |     |
|-------------|-----|-----|----|----|-----|
| Unternehmen | A   | B   | C  | D  | E   |
| Absatz      | 100 | 150 | 30 | 70 | 150 |

- a) Bestimmen Sie den Ginikoeffizienten.
  - b) Wozu ist der normierte Ginikoeffizient nützlich und wie groß ist dieser hier?
  - c) Zeichnen Sie die Lorenzkurve!
- 2. Aufgabe:** Die Handballmannschaft aus Freiberg und drei weitere Mannschaften stehen im Halbfinale eines Turniers. Der Halbfinalgegner der Freiburger Mannschaft steht noch nicht fest, darüber wird durch Auslosung entschieden. Dabei ist für alle drei anderen Mannschaften die Chance gleich (d.h.  $\frac{1}{3}$ ), Halbfinalgegner von Freiberg zu werden. Aus den bisherigen Spielen werden die Siegchancen der Freiburger Handballmannschaft wie folgt geschätzt: 78% gegen Mannschaft 1, 72% gegen Mannschaft 2 und 40% gegen Mannschaft 3. Betrachten Sie im Weiteren diese Chancen als Siegeswahrscheinlichkeiten für die Freiburger Mannschaft gegen die jeweilige andere Mannschaft.
- a) Formulieren Sie vor der Berechnung der in b) und c) gesuchten Wahrscheinlichkeiten relevante zufällige Ereignisse und geben Sie dafür die aus dem Text folgenden Wahrscheinlichkeiten an.
  - b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Freiburger Handballmannschaft das Halbfinale gewinnt?
  - c) Die Freiburger Handballmannschaft hat das Halbfinale gewonnen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Gegner Mannschaft 3 war?

**3. Aufgabe:** Beim Brennen empfindlicher Keramikteile ist die Erfolgswahrscheinlichkeit für jedes Stück 70%, und das unabhängig von den anderen Stücken. Es werden acht Stücke gebrannt.

- a) Wie ist die zufällige Anzahl der erfolgreich gebrannten Stücke unter den acht gebrannten verteilt? (Parameter mit angeben!)
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens sieben Stücke erfolgreich gebrannt werden?
- c) Erfolgreich gebrannte Stücke haben einen Wert von 97 €. Bei nicht erfolgreich gebrannten Stücken entstehen hingegen Kosten von 3 € pro Stück. Wie groß ist der erwartete Wert der acht Stücke?

**4. Aufgabe:** Die Körpergröße der erwachsenen Männer einer Großstadt sei normalverteilt mit Erwartungswert 184 *cm* und Standardabweichung 8 *cm*.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Mann dieser Stadt größer als 192 *cm* ist?
- b) In welchem Bereich symmetrisch zum Erwartungswert liegt die Körpergröße eines zufällig ausgewählten Mannes mit 98%?

**5. Aufgabe:** Am Taxistand fährt immer nur das jeweils erste Taxi ab. Der Zeitabstand  $X$  (in Minuten) zwischen den Abfahrzeiten der jeweils ersten Taxis ist exponentialverteilt.

- a) Angenommen, der Erwartungswert von  $X$  ist 1,25 Minuten.
  - i. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Zeitabstand zwischen den Abfahrten zweier aufeinanderfolgender Taxis zwischen 30 Sekunden und 3 Minuten liegt?
  - ii. Wie groß ist das obere Quartil (d.h. der obere Viertelwert) des zufälligen Zeitabstands?
- b) Angenommen, der zufällige Zeitabstand zwischen den Abfahrzeiten ist exponentialverteilt, aber weder der Erwartungswert noch der Parameter  $\lambda$  der Exponentialverteilung sind bekannt. Aus einer Stichprobe von 10 beobachteten Zeitabständen wurden folgende statistische Größen (in Minuten) bestimmt:

$$\bar{x} = 1,14 \quad \tilde{x} = 0,97, \quad d = 0,7 \quad \text{und} \quad s = 0,46.$$

Schätzen Sie den Parameter  $\lambda$ .

- 6. Aufgabe:** Ein Unternehmen weist in den Perioden  $t_0$  und  $t$  folgende Preise und Absatzmengen bei den Typen 1 bis 3 der von ihm produzierten Baufahrzeuge auf:

|       | Preis im<br>Basisjahr | Preis im<br>Berichtsjahr | Menge im<br>Basisjahr | Menge im<br>Berichtsjahr |
|-------|-----------------------|--------------------------|-----------------------|--------------------------|
| Typ 1 | 6                     | 20                       | 8                     | 18                       |
| Typ 2 | 4                     | 30                       | 5                     | 33                       |
| Typ 3 | 10                    | 5                        | 9                     | 6                        |

- a) Berechnen Sie den Preisindex nach Laspeyres! Was bedeutet dieser Wert?  
 b) Bestimmen Sie den Umsatzindex! Was bedeutet dieser Wert?

**7. Aufgabe:**

- a) Es ist bekannt, dass in einer bestimmten Region pro Jahr im Durchschnitt eines von 3000 Häusern einen Brand hat. In der Region gibt es 20000 Häuser. Wie ist die zufällige Anzahl der Häuser, die im aktuellen Jahr einen Brand haben, näherungsweise verteilt? (Parameter mit angeben!)  
 b) Gegeben sind zwei unabhängige normalverteilte Zufallsgrößen  $X$  und  $Y$  mit

$$X \sim N(7, 9) \quad \text{und} \quad Y \sim N(8, 10).$$

- i. Wie ist die Zufallsgröße  $Z = X + Y$  verteilt?  
 ii. Wie ist die Zufallsgröße  $Z = 3 \cdot X$  verteilt?  
 c) Die Zufallsgröße  $X$  ist auf dem Intervall  $[0, a]$  stetig gleichverteilt, d.h.  $X \sim U[0, a]$ . Weiter gilt:

$$P(0 \leq X \leq 8) = 0.4.$$

Wie groß ist  $a$ ? Kurze Begründung!

- d) Die empirische Schiefe einer beobachteten Stichprobe ist  $v_s = 2,1$ . Welche Aussagen können Sie damit über die Symmetrie der Verteilung machen?  
 e) Wie sollte man eine Grundgesamtheit in Klumpen einteilen?  
 f) Es seien  $X_1, \dots, X_n$  unabhängig und identisch gleichverteilt auf dem Intervall  $[0, a]$ . Geben Sie den Schätzer für  $a$  nach der Momentenmethode an.