

Matrikel-Nr.					
--------------	--	--	--	--	--

Modulprüfung

Prüfungsfach: Statistik I für Betriebswirte
Prüfer: Prof. Hans-Jörg Starkloff
Tag: 31. Juli 2017

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Σ
erreichbare Punkte	4	6	6	5	6	5	8	40
erreichte Punkte								

**Geben Sie zu allen Aufgaben einen nachvollziehbaren Lösungsweg an!
Beantworten Sie die Fragen möglichst kurz und mit eigenen Worten!**

- 1. Aufgabe:** Ein System besteht aus drei Komponenten. Es sei A_i ($i = 1, 2, 3$) das zufällige Ereignis, dass die i -te Komponente des Systems ausfällt. Diese Ereignisse sind vollständig unabhängig und haben folgende Wahrscheinlichkeiten:

$$P(A_1) = 0.05, \quad P(A_2) = 0.05 \quad \text{und} \quad P(A_3) = 0.01.$$

Fällt Komponente 3 aus, dann fällt das System aus. Zum Ausfall des Systems kommt es ebenfalls, falls Komponente 1 und Komponente 2 gemeinsam ausfallen. In allen anderen Fällen funktioniert das System. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das System ausfällt?

- 2. Aufgabe:** Drei Personen bewerben sich um ein öffentliches Amt. Die Chance gewählt zu werden ist bei Person 1 25%, bei Person 2 35% und bei Person 3 40%. Die Wahrscheinlichkeiten, dass die drei nach ihrer Wahl einen Brückenbau durchsetzen, betragen 0.60 bei Person 1, 0.90 bei Person 2 und 0.80 bei Person 3.
- Formulieren Sie vor der Berechnung der in b) und c) gesuchten Wahrscheinlichkeiten relevante zufällige Ereignisse und geben Sie dafür die aus dem Text folgenden Wahrscheinlichkeiten an!
 - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Bevölkerung nach der Wahl die Brücke erhält?
 - Ein Jahr nach der Wahl ist die neue Brücke fertig. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Person 2 gewählt wurde?

3. Aufgabe: In einem kleinen Teich befinden sich 15 Fische, neun Karpfen und sechs Barsche. Von diesen werden 3 Fische für den Verkauf gefangen.

- a) Wie ist die zufällige Anzahl der Karpfen unter den drei gefangenen verteilt? (Parameter mit angeben!)
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als zwei Karpfen gefangen werden?
- c) Ein Karpfen ist 35 € wert und ein Barsch 27 €. Wie groß ist der erwartete Wert des Fanges?

4. Aufgabe: Der Wasserverbrauch einer Waschmaschine ist für einen speziellen Waschgang normalverteilt mit Erwartungswert 70 l und Standardabweichung 5 l.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Waschmaschine für den Waschgang mehr als 77 l verbraucht?
- b) Auf wieviel Liter müsste der erwartete Wasserverbrauch sinken, damit nur mit einer Wahrscheinlichkeit von 2.5% mehr als 77 l verbraucht werden. Die Standardabweichung sei dabei unverändert 5 l.

5. Aufgabe: Das Erbe von 100.000 € wird nach dem Willen des Erblassers auf vier Personen wie folgt aufgeteilt:

- Person 1: 36.000 €
- Person 2: 14.000 €
- Person 3: 30.000 €
- Person 4: 20.000 €

Bestimmen Sie für diese Verteilung den Ginikoeffizienten und zeichnen Sie die Lorenzkurve.

6. Aufgabe: Für die Einteilung der Grundgesamtheit in drei Schichten liegen folgende Informationen vor:

Schicht i	Anzahl N_i	Standardabweichung σ_i	Kosten c_i in €
1	250	5	16
2	350	4	9
3	400	1	4

Das Gesamtbudget von 1000 € muss eingehalten werden. Bestimmen Sie die Stichprobenumfänge in den drei Schichten für eine kostenoptimal geschichtete Stichprobe!

7. Aufgabe:

- a) Wie groß ist das 20%-Quantil ($q = 0.2$) einer Exponentialverteilung mit Erwartungswert gleich 5?
- b) Zwei unabhängige Zufallsgrößen sind wie folgt gammaverteilt:

$$X_1 \sim \text{Gam}(1, 5) \quad X_2 \sim \text{Gam}(3, 5).$$

Wie ist $Y = X_1 + X_2$ verteilt?

- c) Welche der folgenden 3 Auswahlmöglichkeiten von 50 Studenten aus allen 4700 Studenten der Universität ist repräsentativ für alle Studenten der Universität? (Begründen Sie kurz!)
 - (i) Man geht am Mittag zur Mensa und befragt die ersten 50 Studenten.
 - (ii) Man schreibt eine Uni-Info und bittet um Teilnahme an der Befragung. Für die Befragung verwendet man die ersten 50 positiven Rückmeldungen.
 - (iii) Man wählt aus allen Matrikelnummern von eingeschriebenen Studenten zufällig und unabhängig voneinander 50 aus und befragt die Studenten mit den ausgewählten Matrikelnummern.
- d) Für einen Warenkorb bestehend aus 50 Gütern wird ein Preisindex bestimmt. Die Preisänderungen welcher Güter haben einen großen Einfluß auf den Preisindex?
- e) Wann ist der Schichtungseffekt bei exakt proportionaler Schichtung gleich 0? Kurze Begründung!