

| | | | | | |
|--------------|--|--|--|--|--|
| Matrikel-Nr. | | | | | |
|--------------|--|--|--|--|--|

Modulprüfung

Prüfungsfach: Statistikk II für Betriebswirte
 Prüfer: PD Dr. Frank Heyde
 Tag: 23. Juli 2015

| | | | | | | |
|--------------------|---|---|---|---|---|---|
| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| erreichbare Punkte | 3 | 6 | 6 | 5 | 4 | 6 |
| erreichte Punkte | | | | | | |

**Geben Sie zu allen Aufgaben einen nachvollziehbaren Lösungsweg an!
 Beantworten Sie die Fragen möglichst kurz und mit eigenen Worten!**

- 1. Aufgabe:** Eine Firma stellt in zwei Werken Schraubenspindelpumpen her und analysiert die Verkaufszahlen aus den letzten zehn Monaten.

| | | | | | | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|-----|
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| x_i | 404 | 391 | 400 | 332 | 380 | 322 | 405 | 35 | 383 | 431 |
| y_i | 261 | 250 | 257 | 236 | 251 | 221 | 246 | 22 | 280 | 305 |

x ist der Absatz aus dem ersten und y aus dem zweiten Werk. Der Firmenchef fragt sich, ob die Absatzzahlen der beiden Werke zusammenhängen.

- a) Schätzen Sie aus der Stichprobe die Rangkorrelation von Kendall zwischen den Verkaufszahlen der beiden Werke.
 - b) Auf welchen Zusammenhang deutet die geschätzte Rangkorrelation hin?
- 2. Aufgabe:** Es ist bekannt, dass Mineralwasser mit einem relativ hohen Magnesiumgehalt empfehlenswert ist. Für zwei verschiedene Mineralwassersorten wurden unabhängig voneinander die folgenden Magnesiumgehalte in $\frac{mg}{l}$ erhoben.

| | | | | | | | | | | |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Sorte 1 | 80,89 | 81,70 | 80,73 | 81,39 | 81,52 | 81,05 | 80,98 | 81,31 | 80,83 | 81,60 |
| Sorte 2 | 80,56 | 79,99 | 81,03 | 80,64 | 80,21 | 80,66 | 80,52 | 81,08 | 80,42 | 80,89 |

Die Magnesiumgehalte sind normalverteilt mit der gleichen Varianz bei beiden Sorten.

Für das Wasser der Sorte 1 ist der mittlere Magnesiumgehalt 81,2 und die empirische Varianz $s_1^2 = 0,1206$. Bei der zweiten Sorte ist die empirische Varianz $s_2^2 = 0,1188$. Testen Sie zum Niveau $\alpha = 0,01$, ob der erwartete Magnesiumgehalt bei Sorte 1 signifikant größer ist als bei Sorte 2. Begründen Sie die Wahl des verwendeten Tests kurz!

3. **Aufgabe:** Bei 100 Fahrzeugen des gleichen Typs sind neben dem Preis (PREIS) auch die gefahrene Strecke (MEILEN) und die Anzahl der Werkstattbesuche (SERVICE) bekannt. Aus diesen Daten wurde das folgende Modell geschätzt.

1. **Modell:**

Simple Regression - PREIS vs. MEILEN

Dependent variable: PREIS
 Independent variable: MEILEN
 Linear model: $Y = a + b \cdot X$

Coefficients

| | <i>Least Squares</i> | <i>Standard</i> | <i>T</i> | |
|------------------|----------------------|-----------------|------------------|----------------|
| <i>Parameter</i> | <i>Estimate</i> | <i>Error</i> | <i>Statistic</i> | <i>P-Value</i> |
| Intercept | 6533,38 | 84,5123 | 77,3069 | 0,0000 |
| Slope | -0,0311577 | 0,0023089 | -13,4947 | 0,0000 |

Analysis of Variance

| <i>Source</i> | <i>Sum of Squares</i> | <i>Df</i> | <i>Mean Square</i> | <i>F-Ratio</i> | <i>P-Value</i> |
|---------------|-----------------------|-----------|--------------------|----------------|----------------|
| Model | 4,18353E6 | 1 | 4,18353E6 | 182,11 | 0,0000 |
| Residual | 2,25136E6 | 98 | 22973,1 | | |
| Total (Corr.) | 6,43489E6 | 99 | | | |

Correlation Coefficient = -0,806308
 R-squared = 65,0132 percent
 Standard Error of Est. = 151,569

- a) Wie lautet die Modellgleichung?
- b) Welche Hypothese wurde im 1. Modell in der Tabelle „Coefficients“ in der Zeile „Slope“ getestet und wie lautet die Testentscheidung bei $\alpha = 0,05$?

Im folgenden Modell wurde die Anzahl der Werkstattbesuche als weitere Einflussgröße mit aufgenommen.

2. **Modell:**

Multiple Regression - PREIS

Dependent variable: PREIS
 Independent variables:
 MEILEN
 SERVICE

| | | <i>Standard</i> | <i>T</i> | |
|------------------|-----------------|-----------------|------------------|----------------|
| <i>Parameter</i> | <i>Estimate</i> | <i>Error</i> | <i>Statistic</i> | <i>P-Value</i> |
| CONSTANT | 6206,13 | 24,9662 | 248,581 | 0,0000 |
| MEILEN | -0,0314627 | 0,000631928 | -49,7884 | 0,0000 |
| SERVICE | 135,837 | 3,90259 | 34,807 | 0,0000 |

Analysis of Variance

| <i>Source</i> | <i>Sum of Squares</i> | <i>Df</i> | <i>Mean Square</i> | <i>F-Ratio</i> | <i>P-Value</i> |
|---------------|-----------------------|-----------|--------------------|----------------|----------------|
| Model | 6,268E6 | 2 | 3,134E6 | 1821,53 | 0,0000 |
| Residual | 166892, | 97 | 1720,53 | | |
| Total (Corr.) | 6,43489E6 | 99 | | | |

R-squared = 97,4065 percent
 Standard Error of Est. = 41,4793

- c) Wie lautet im 2. Modell die geschätzte Regressionsfunktion?
- d) Es wird behauptet, dass das 2. Modell dem 1. Modell vorzuziehen ist. Geben Sie dafür zwei Gründe an.
 (Ein weiterer Test soll dabei aus Zeitgründen nicht durchgeführt werden.)

4. **Aufgabe:** Im Rahmen der statistischen Qualitätskontrolle wird ein Posten mit höchstens 1% Ausschussanteil als gut angesehen. Ein Posten mit mehr als 4% Ausschussanteil ist hingegen ein schlechter Posten. Das Risiko des Produzenten beträgt 5% und das des Konsumenten 2,5%.

Prüfen Sie, ob für die Annahmezahlen $c = 3$ und $c = 7$ jeweils ein Stichprobenumfang n bestimmbar ist, so dass der (n, c) -Stichprobenplan die Forderungen vom Produzenten und vom Konsumenten erfüllt. Geben Sie die Pläne mit dem größtmöglichen und dem kleinstmöglichen n an.

5. **Aufgabe:**

Ein neues Mineralwasser wird hinsichtlich des Magnesiumsgehalts untersucht. Eine Stichprobe vom Umfang $n=10$ ergab die folgenden Werte (Magnesiumgehalt in $\frac{mg}{l}$):

| | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 70,89 | 71,70 | 70,73 | 71,39 | 71,52 | 71,05 | 70,98 | 71,31 | 70,83 | 71,60 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|

Der Magnesiumgehalt ist normalverteilt mit Standardabweichung $\sigma = 0,34$.

- Bestimmen Sie zum Konfidenzniveau von 90% ein zentrales Konfidenzintervall für den erwarteten Magnesiumgehalt.
- Wie groß muss n mindestens sein, damit die Länge des Konfidenzintervalls höchstens gleich 0,1 ist?

6. **Aufgabe:**

- Für einen unbekanntem Parameter ϑ sollen die folgenden Hypothesen getestet werden:

$$H_0 : \vartheta = \vartheta_0 \quad \text{gegen} \quad H_A : \vartheta \neq \vartheta_0.$$

Sie verwenden einen Test zum Signifikanzniveau α . Weiter sei g die Gütefunktion des Tests.

Ist es möglich, dass $g(\vartheta_0) > \alpha$ gilt? Kurze Begründung!

- Bei Rangtests können Bindungen problematisch sein.
 - Wie kann man Bindungen vermeiden?
 - Nennen Sie zwei Möglichkeiten zum Umgang mit Bindungen beim Vorzeichen-test.
- Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem Bestimmtheitsmaß und der Korrelation bei der multiplen parametrischen Regression?
- Im Modell der einfachen linearen Regression

$$y = a + b \cdot x + \varepsilon$$

werden die Parameter a und b nach der Methode der kleinsten Quadrate geschätzt.

Sind die simultanen Konfidenzintervalle für die Parameter a und b zum Niveau $1 - \alpha$ kleiner oder größer als die separat berechneten Konfidenzintervalle zum gleichen Niveau? Kurze Begründung!