

Matrikel-Nr.					
--------------	--	--	--	--	--

Modulprüfung

Prüfungsfach: Statistik I für Betriebswirte
Prüfer: PD Dr. Frank Heyde
Tag: 3. August 2015

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7
erreichbare Punkte	3	5	5	4	4	3	6
erreichte Punkte							

**Geben Sie zu allen Aufgaben einen nachvollziehbaren Lösungsweg an!
Beantworten Sie die Fragen möglichst kurz und mit eigenen Worten!**

1. Aufgabe:

Es ist bekannt, dass Mineralwasser mit einem relativ hohen Magnesiumgehalt empfehlenswert ist.

Für ein Mineralwasser wurden die folgenden Magnesiumgehalte in $\frac{mg}{l}$ erhoben.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
x_i	79,5	79,7	79,8	79,8	79,9	79,9	80,1	80,2	80,3	80,4	81,2

Zeichnen Sie den Box-Plot.

2. Aufgabe: In einer Firma werden Computerchips in drei verschiedenen Abteilungen produziert. 50% der Produktion kommt aus Abteilung 1 und jeweils 25% kommen aus den beiden anderen Abteilungen. Von den Chips, die in Abteilung 1 produziert werden, sind 1% defekt, von denen aus Abteilung 2 sind es 5%, und von denen aus Abteilung 3 sind es 4%.

- Formulieren Sie vor der Berechnung der in b) und c) gesuchten Wahrscheinlichkeiten relevante Ereignisse und geben Sie dafür die aus dem Text folgenden Wahrscheinlichkeiten an.
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig gewählter Chip defekt ist?
- Ein zufällig gewählter Chip ist defekt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Chip in Abteilung 2 produziert wurde?

3. Aufgabe: In einem PC-Pool stehen 25 Computer, die während eines Schulungsseminars genutzt werden sollen. Es ist davon auszugehen, dass jeder dieser Rechner unabhängig von den anderen Rechnern mit einer Wahrscheinlichkeit von 3% nicht funktioniert.

- a) Wie ist die zufällige Anzahl X der Rechner, die nicht funktionieren, verteilt? (Parameter mit angeben!)
- b) Wie wahrscheinlich ist es, dass mehr als ein Rechner nicht funktioniert?
- c) Die Teilnahmegebühr beträgt pro Teilnehmer 150 € und wurde von allen 25 Teilnehmer schon bezahlt. Alle Teilnehmer erscheinen zum Seminar. Erhält ein Teilnehmer einen PC, welcher nicht funktioniert, so kann er dem Schulungsseminar nur noch passiv folgen. In diesem Fall erhält der Teilnehmer 100 € von seiner Teilnahmegebühr zurück.

Wie groß ist die erwartete Summe der Teilnahmegebühren, welche nach Abzug der Rückerstattungen übrig bleibt?

4. Aufgabe: Für ein neues Mineralwasser ist hinsichtlich des Magnesiumgehalts das Folgende bekannt. Der Magnesiumgehalt ist normalverteilt mit Erwartungswert $80 \frac{mg}{l}$ und Standardabweichung $\sigma = 0,4 \frac{mg}{l}$.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Magnesiumgehalt größer als $81 \frac{mg}{l}$ ist ?
- b) In welchen Grenzen symmetrisch zum Erwartungswert liegt der Magnesiumgehalt mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% ?

5. Aufgabe: Die Zeitdauer zwischen zwei Telefonanrufen in einem Callcenter ist exponentialverteilt.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwischen zwei Telefonanrufen weniger als 10 Sekunden vergehen, wenn die erwartete Zeitdauer 15 Sekunden beträgt?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Zeit zwischen zwei Telefonanrufen genau 30 Sekunden beträgt?
- c) Schätzen Sie aus der folgenden Stichprobe den Parameter λ der Exponentialverteilung:

$$x_1 = 3,9 \quad x_2 = 0,6 \quad x_3 = 37 \quad x_4 = 15,5 \quad x_5 = 15,1 \quad x_6 = 26,1 \quad x_7 = 13,8$$

- 6. Aufgabe:** Für eine Grundgesamtheit aus 2000 Untersuchungseinheiten soll eine geschichtete Stichprobe geplant werden. Für eine Einteilung in drei Schichten liegen folgende Informationen vor:

Schicht i	Anzahl N_i	Varianz σ_i^2	Kosten c_i
1	200	49	4
2	800	36	9
3	1000	25	16

Für die Gesamtstichprobe stehen maximal 1100 € zur Verfügung. Bestimmen Sie die Stichprobenumfänge in den drei Schichten für eine kostenoptimal geschichtete Stichprobe.

7. Aufgabe:

- a) Von den erfassten Mietpreisen für Drei-Zimmer-Wohnungen einer Stadt ist bekannt, dass 20% der Mietpreise im Bereich von 200 bis 400 € liegen. 50% der Mietpreise liegen im Bereich von 400 bis 600 € und 30% im Bereich von 600 bis 800 €. Berechnen Sie einen Näherungswert für den durchschnittlichen Mietpreis.
- b) Es seien X_1 und X_2 zwei unabhängige poissonverteilte Zufallsgrößen mit den Parametern λ_1 und λ_2 ,

$$X_1 \sim \mathbf{Poi}(\lambda_1) \quad \text{und} \quad X_2 \sim \mathbf{Poi}(\lambda_2).$$

Wie ist die Summe von X_1 und X_2 verteilt?

- c) Welche Eigenschaften einer mathematischen Stichprobe werden durch die klassischen Voraussetzungen der Stichprobennahme garantiert?
- d) i. Wodurch kann die Verteilungsfunktion einer Zufallsgröße erwartungstreu und konsistent aus einer mathematischen Stichprobe geschätzt werden?
ii. Geben Sie für die Daten aus Aufgabe 1, den entsprechenden Schätzwert der Verteilungsfunktion an der Stelle $x = 80$ an.
- e) Wann entspricht die varianzoptimal geschichtete Stichprobe der proportional geschichteten Stichprobe?