2 Folgen und Reihen

Aufgabe 2.1.

a) Die Folge ist streng monoton wachsend und beschränkt ($\frac{1}{3} \leq a_n < 2$).

b) Die Folge ist konvergent ($\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 2$).

c) Die Folgenglieder $a_1, a_2, \ldots, a_{48}$ liegen außerhalb der ε-Umgebung.

Aufgabe 2.2.

$$\text{a) } \frac{1}{8}, \qquad \text{b) divergent}, \qquad \text{c) } 1, \qquad \text{d) } 0, \qquad \text{e) } 1, \qquad \text{f) } e^{\frac{2}{3}} = 1{,}9477$$

Aufgabe 2.3.
Diese Folge ist eine geometrische Folge mit $q = 2p + 1$ und konvergiert für

$$-1 < p \leq 0.$$

Für $-1 < p < 0$ ist $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ und für $p = 0$ ist $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 1$.

Aufgabe 2.4.

a) eine konvergente geometrische Reihe, $s = \frac{1}{6}$

b) keine geometrische Reihe

c) keine geometrische Reihe (jedoch Summe zweier divergenter geometrischer Reihen)

d) keine geometrische Reihe

e) eine divergente geometrische Reihe

Aufgabe 2.5.

a) eine divergente Reihe, notwendiges Kriterium (Hauptkriterium) nicht erfüllt

b) eine konvergente Reihe, Nachweis mit Quotientenkriterium

c) eine konvergente Reihe, Nachweis mit Wurzelkriterium

d) eine konvergente Reihe, Nachweis mit Leibniz-Kriterium

e) eine divergente Reihe, Nachweis mit Minorantenkriterium

Aufgabe 2.6. Nachweis der Konvergenz mit dem Majorantenkriterium

$$s_n = \frac{n-1}{n}, \quad n = 2{,}3, \ldots$$