

Übung „Höhere Mathematik für Naturwissenschaftler 1“

– Lösungen –

Dr. Udo Lorz

1 Komplexe Zahlen

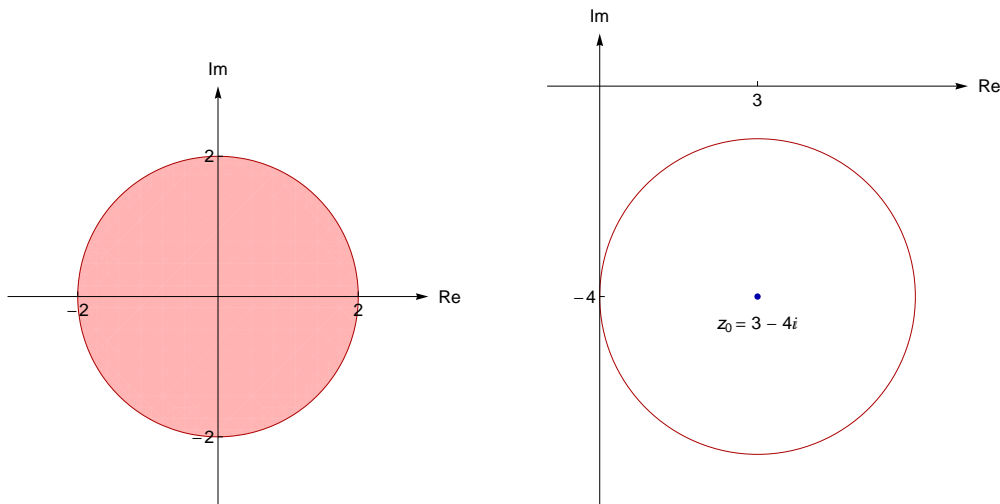
Aufgabe 1.1.

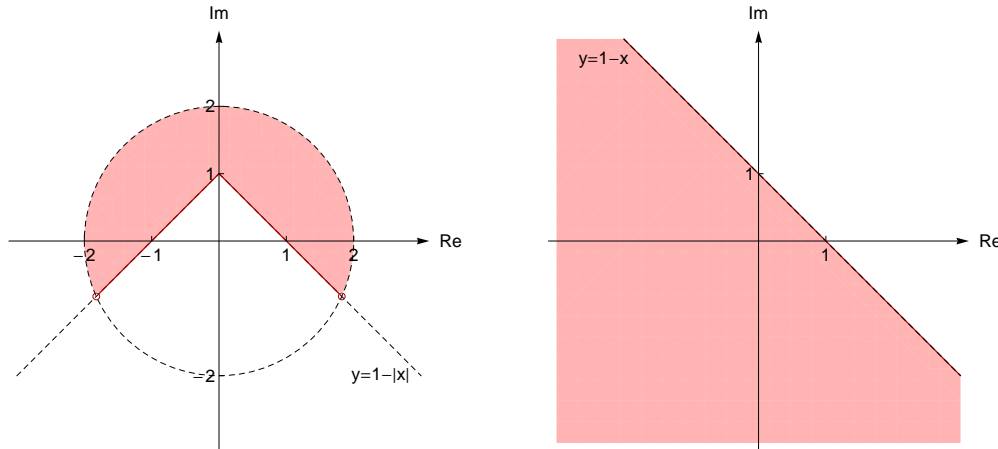
- a) $L_{\mathbb{R}} = \{-\frac{1}{2}, 2\}$, $L_{\mathbb{C}} = \{-\frac{1}{2}, 2\}$
b) $L_{\mathbb{R}} = \emptyset$, $L_{\mathbb{C}} = \{-2i, 2i\}$
c) $L_{\mathbb{R}} = \emptyset$, $L_{\mathbb{C}} = \{-2 - 3i, -2 + 3i\}$

Aufgabe 1.2.

- a) $8 - 4i$, b) $-6i$, c) $21 - 16i$ d) 41 e) $\frac{11}{17} - \frac{24}{17}i$

Aufgabe 1.3. Grafische Darstellung der Lösungen von a) bis d)



**Aufgabe 1.4.**

- a) $x = \operatorname{Re}(z) = \frac{1}{2}, \quad y = \operatorname{Im}(z) = -\frac{1}{2}$
 b) $x = \operatorname{Re}(z) = -1, \quad y = \operatorname{Im}(z) = 0$

Aufgabe 1.5.

- a) $r = |z| = \frac{3}{2}, \quad \varphi = \arg(z) = \frac{\pi}{4}$
 b) $r = |z| = 4, \quad \varphi = \arg(z) = 2\pi - \alpha$
 c) $r = |z| = 2, \quad \varphi = \arg(z) = \frac{\pi}{6}$

Aufgabe 1.6.

- a) $x = \operatorname{Re}(z) = -2\sqrt{3}, \quad y = \operatorname{Im}(z) = 2$
 b) $x = \operatorname{Re}(z) = 0, \quad y = \operatorname{Im}(z) = e^4$

Aufgabe 1.7.

- a) $r = |z| = 2, \quad \varphi = \arg(z) = \frac{3}{2}\pi$
 b) $r = |z| = \sqrt{2}, \quad \varphi = \arg(z) = \frac{\pi}{4}$
 c) $r = |z| = 4, \quad \varphi = \arg(z) = \frac{5}{3}\pi$
 d) $r = |z| = 3, \quad \varphi = \arg(z) = \frac{\pi}{2}$
 e) $r = |z| = 2, \quad \varphi = \arg(z) = \frac{5}{6}\pi$

$$z = re^{i\varphi} = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

Aufgabe 1.8.

- a) $z = 7\sqrt{7}e^{4,14201217i} = -10 - 9\sqrt{3}i$
 b) $z = (\sqrt{2})^{13} e^{i\frac{3}{4}\pi} = 64(i - 1)$

Aufgabe 1.9.

$$\begin{aligned} \text{a) } w_1 &= e^{i\frac{\pi}{6}} &&= \frac{1}{2}(\sqrt{3} + \mathbf{i}), \\ w_2 &= e^{i\frac{2}{3}\pi} &&= \frac{1}{2}(\sqrt{3}\mathbf{i} - 1), \\ w_3 &= e^{i\frac{7}{6}\pi} &&= \frac{1}{2}(-\sqrt{3} - \mathbf{i}), \\ w_4 &= e^{i\frac{5}{3}\pi} &&= \frac{1}{2}(1 - \sqrt{3}\mathbf{i}) \\ \text{b) } w_1 &= 2e^{i\frac{\pi}{2}} &&= 2\mathbf{i}, \\ w_2 &= 2e^{i\frac{7}{6}\pi} &&= -\sqrt{3} - \mathbf{i}, \\ w_3 &= 2e^{i\frac{11}{6}\pi} &&= \sqrt{3} - \mathbf{i} \\ \text{c) } w_1 &= 3e^{i\frac{\pi}{2}} + \mathbf{i} &&= 4\mathbf{i}, \\ w_2 &= 3e^{i\frac{3}{2}\pi} + \mathbf{i} &&= -2\mathbf{i}, \\ \text{d) } w_1 &= e^{i0} &&= 1, \\ w_2 &= e^{i\frac{\pi}{2}} &&= \mathbf{i}, \\ w_3 &= e^{i\pi} &&= -1, \\ w_4 &= e^{i\frac{3}{2}\pi} &&= -\mathbf{i} \end{aligned}$$