

Nachbarschaftsgraphen von Produkten ungerichteter Graphen

M. Sonntag (Institut für Diskrete Mathematik und Algebra, TU Bergakademie Freiberg)
H.-M. Teichert (Institut für Mathematik, Universität zu Lübeck)

Nachbarschaftsgraph / Operationen auf Graphen

Sei $G = (V, E)$ ein schlichter, ungerichteter Graph.

$N(G) = (V, E^N)$ ist der *Nachbarschaftsgraph* des Graphen G genau dann, wenn

$$E^N = \{\{a, b\} \mid a \neq b \wedge \exists x \in V : \{x, a\} \in E \wedge \{x, b\} \in E\}.$$

Der Nachbarschaftsgraph $N(G)$ eines Graphen G liefert in übersichtlicher Form wichtige Informationen über gemeinsame Nachbarknoten der Knoten des zu Grunde liegenden Graphen G .

In Fortsetzung der Strukturuntersuchungen von Nachbarschaftsgraphen in [1] und [2] wurden Nachbarschaftsgraphen von 5 verschiedenen Graphenprodukten untersucht.

Seien $G_1 = (V_1, E_1)$, $G_2 = (V_2, E_2)$ ungerichtete Graphen und $V = V_1 \times V_2$.

Es wurden die folgenden Graphenprodukte $G_1 \circ G_2 = (V, E_\circ)$ betrachtet:

$G_1 + G_2 = (V, E_+)$	<i>Kartesische Summe</i>
$G_1 \times G_2 = (V, E_\times)$	<i>Kartesische Produkt</i>
$G_1 * G_2 = (V, E_*)$	<i>normales Produkt</i>
$G_1 \cdot G_2 = (V, E_\cdot)$	<i>lexikographisches Produkt</i>
$G_1 \vee G_2 = (V, E_\vee)$	<i>Disjunktion</i>

Einerseits wurde die zentrale Frage behandelt, wie man $N(G_1 \circ G_2) = (V, E_\circ^N)$ aus $G_1 = (V_1, E_1)$, $G_2 = (V_2, E_2)$, $N(G_1) = (V_1, E_1^N)$ und $N(G_2) = (V_2, E_2^N)$ erhalten kann. Andererseits wurden Resultate zur Rekonstruktion von $G_1 = (V_1, E_1)$, $G_2 = (V_2, E_2)$, $N(G_1) = (V_1, E_1^N)$ und $N(G_2) = (V_2, E_2^N)$ aus den Nachbarschaftsgraphen $N(G_1 \circ G_2) = (V, E_\circ^N)$ erzielt.

Die wesentlichen Ergebnisse unseres Forschungsprojektes sind die folgenden:

1. Für alle fünf Graphenprodukte konnte das Problem der Konstruktion von $N(G_1 \circ G_2)$ mit Hilfe gewisser Graphenprodukte gelöst werden.
2. Für die Kartesische Summe $G_1 + G_2$ und das Kartesische Produkt $G_1 \times G_2$ wurde die Rekonstruktion von $N(G_1)$ und $N(G_2)$ (im Falle der Kartesischen Summe sogar von G_1 und G_2) beschrieben.
3. Es wurde gezeigt, dass für $\circ \in \{\times, *, \cdot, \vee\}$ die Rekonstruktion von G_1 und G_2 im Allgemeinen nicht möglich ist.

[1] Schiermeyer, I.; Sonntag, M.; Teichert, H.-M.: *Structural properties and hamiltonicity of neighborhood graphs*; Graphs and Combinatorics 26 (2010), 433-456.

[2] Sonntag, M.; Teichert, H.-M.: *Iterated neighborhood graphs*; Discussiones Mathematicae Graph Theory 32 (2012), 403-417.