

Dominanzhypergraphen

M. Sonntag (Institut für Diskrete Mathematik und Algebra)

Hypergraph / Digraph / Dominierende Menge / Algorithmus

Eine Knotenmenge V' **dominiert** den Digraphen (gerichteten Graphen) G genau dann, wenn jeder nicht zu V' gehörende Knoten einen Vorgänger in V' hat. Kleinste und auch minimale dominierende Mengen in Digraphen haben vielfältige Anwendungen (es seien als Beispiel Kameraüberwachungssysteme genannt) und gehören daher zu den mit am intensivsten untersuchten Objekten in der Graphentheorie.

Der Verdeutlichung der Beziehungen zwischen gewissen dominierenden Mengen dient der **Dominanzgraph $D(G)$** des Digraphen G , der dieselbe Knotenmenge wie G besitzt und in welchem zwei Knoten genau dann benachbart sind, wenn sie eine minimale dominierende Menge von G bilden.

Ein Manko des Dominanzgraphen ist die Einschränkung auf dominierende Mengen der Kardinalität 2. Wesentlich günstiger ist hier – analog zu Konkurrenzhypergraphen – das Modell des **Dominanzhypergraphen $DH(G)$** , in welchem (Hyper-) Kanten beliebiger Kardinalitäten zulässig sind. Erst damit erhält man ein für viele Anwendungen adäquates Modell, welches in Zusammenarbeit mit H.-M. Teichert (Universität zu Lübeck) entwickelt wurde.

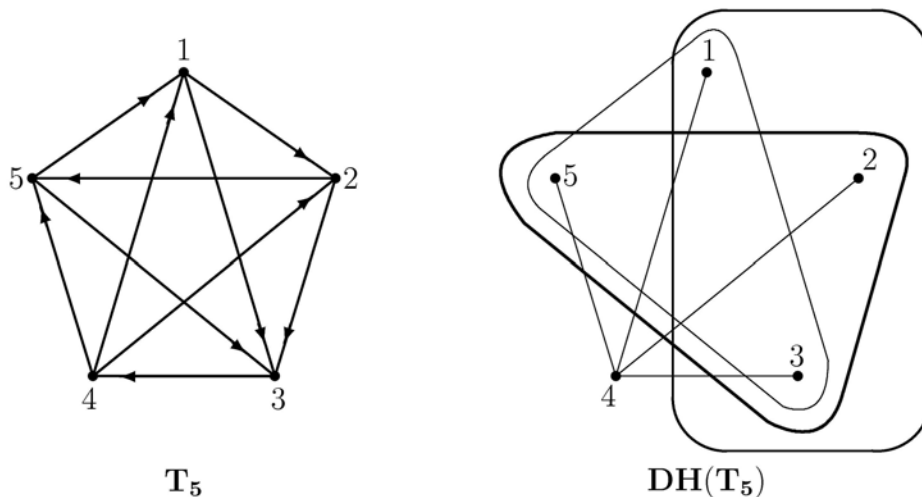


Abb.: Ein Beispiel für ein **Turnier** (einen orientierten vollständigen Graphen) mit seinem Dominanzhypergraphen.

In Gemeinschaftsarbeit wurden Dominanzhypergraphen verschiedener wichtiger Digraphenklassen (u.a. Wege, Kreise, Turniere) untersucht. Im Hinblick auf die praktische Verwendbarkeit der Resultate wurden dabei in starkem Maße algorithmische Beweise verwendet. Dies trifft auch für die Konstruktion minimaler dominierender Mengen in speziellen, kaktusartig strukturierten Digraphen zu.