Symmetrische Wavelets und Wavelets auf kompakten Mannigfaltigkeiten

S. Bernstein, S. Ebert (Institut für Angewandte Analysis)

Wavelets / harmonische Analysis / Approximation

Wavelets und dazugehörige Wavelet-Transformationen werden sowohl in der angewandten als auch theoretischen Mathematik intensiv studiert. Unsere Arbeiten zu Wavelets befassen sich mit kontinuierlichen Wavelets und ihrer Diskretisierung, die zu diskreten Wavelets führt. Die Verallgemeinerung auf allgemeinere Mannigfaltigkeiten auf der einen Seite sowie eine möglichst gut zu handhabende allgemeine Erzeugungsvorschrift für Wavelets auf der anderen Seite bildeten den Schwerpunkt der Untersuchungen im vergangenen Jahr.
Weiterhin führt die Berücksichtigung von zusätzlichen Informationen zu optimal angepassten und daher effizienten Wavelets. In enger Zusammenarbeit mit der Universidade de Coimbra sowie der Universidade de Aveiro (Portugal) gelang es mittels Coxeter-Gruppen und Dunkl-Operatoren sogenannte Dunkl-Wavelets zu konstruieren, die spezielle Symmetrien wie sie z.B. in der kristallographischen Texturanalyse auftreten berücksichtigen.

Ein weiterer Schwerpunkt war die Entwicklung von kontinuierlichen Wavelets vom Diffusionstyp auf kompakten Lie Gruppen und homogenen Räumen. Während der existierende gruppentheoretische Zugang die Darstellungstheorie nichtkompakter Gruppen auch für kompakte Mannigfaltigkeiten verwendet, gelang es in Zusammenarbeit mit dem Imperial College in London das Konzept der Wavelets vom Diffusionstyp mit Hilfe von Methoden der nichtkommutativen harmonischen Analysis zu entwickeln.
Neben der kompakten Formulierung, lieferten die Ergebnisse weitere Untersuchungsmöglichkeiten bezüglich spezieller Symmetrien von Wavelets, die über die bereits konstruierten Dunkl-Wavelets hinausgehen.
Ergebnisse aus früherer Forschung sind als Spezialfall enthalten und können nun durch ein besseres Verständnis und neue Methoden flexibel auf spezielle Bedürfnisse angepasst werden.

In den beiden Abbildungen sind ein Beispiel für ein Wavelet auf einer Mannigfaltigkeit, nämlich dem Torus, sowie ein nicht radialsymmetrisches Wavelet zu sehen.

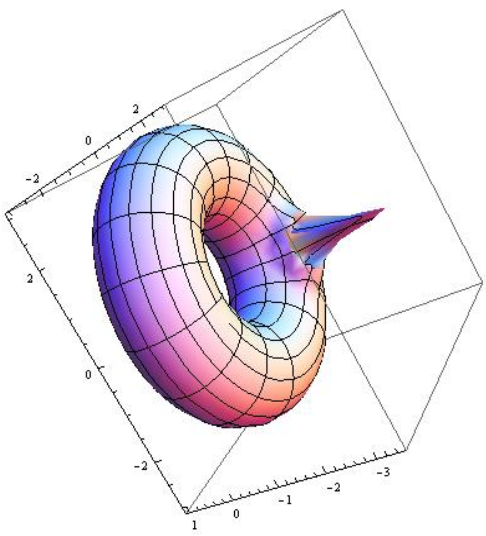

Abb. 1: Wavelet auf dem Torus

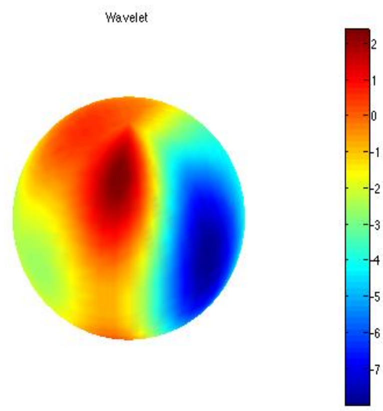

Abb. 2: Nichtzonales Wavelet auf S²