

Konstruktionsprinzip für multivariate Extremwertverteilungen

F. Ballani (Institut für Stochastik)

Extremwerttheorie / Multivariate Verteilung / Spektraldichte

In vielen Anwendungsbereichen ist die statistische Behandlung multivariater extremer Ereignisse zu einem wichtigen Bestandteil der Datenanalyse geworden, und verschiedene entsprechende Modelle und Methoden sind bisher beispielsweise bei der Beurteilung von Umweltbelastungen oder in der Finanzwirtschaft erfolgreich eingesetzt worden. Da die Methoden zur Modellierung univariater Extremwerte und damit der eindimensionalen Randverteilungen seit langer Zeit gut entwickelt sind, ist eine der Hauptfragen in der multivariaten Extremwerttheorie, wie die extremale Abhängigkeitsstruktur geeignet modelliert und geschätzt werden kann. Im Gegensatz zur multivariaten Normalverteilung, in welcher die Abhängigkeitsstruktur allein durch eine positiv semidefinite Kovarianzmatrix charakterisiert ist, kann die allgemeine Abhängigkeitsstruktur einer multivariaten Extremwertverteilung nicht durch eine endlichdimensionale parametrische Familie beschrieben werden. Diese Abhängigkeitsstruktur ist stattdessen eindeutig durch ein bestimmtes eingeschränktes Maß auf dem Einheitssimplex gegeben, welches als Spektralmaß oder Spektralverteilung bezeichnet wird und für welches geeignete Modelle zu finden sind.

Da ein Schätzverfahren basierend auf der Maximum-Likelihood-Methode existiert, besteht ein vielversprechender Zugang darin, die zugehörige Spektraldichte durch parametrische Modelle zu beschreiben. Obwohl für den bivariaten Fall eine ganze Reihe solcher parametrischer Modelle bekannt ist, beschränkt sich die Zahl flexibler parametrischer Modelle in höheren Dimensionen auf nur einige wenige. Dies sind einerseits die asymmetrische Dirichlet-Dichte (Coles & Tawn, 1991) sowie gewisse Mischungen solcher Dirichlet-Dichten (Boldi & Davison, 2007) und andererseits das sogenannte „pairwise beta model“, welches erst kürzlich eingeführt wurde (Cooley et al., 2009). Dieses Modell hat einige schöne Eigenschaften: Die Dichtefunktion ist stetig mit einer i. Allg. asymmetrischen Form, und die Parameter sind leicht interpretierbar.

In Zusammenarbeit mit Prof. Schlather (Institut für Mathematische Stochastik, Universität Göttingen) wird nach weiteren flexiblen parametrischen Modellen für die Spektraldichte gesucht. In einem ersten großen Schritt konnte gezeigt werden, dass sich das „pairwise beta model“ aus einem Spezialfall eines weitaus allgemeineren Konstruktionsprinzips für solche Spektraldichten ergibt. Mit Hilfe dieses Konstruktionsprinzips lassen sich aus beliebigen niederdimensionalen Spektraldichten neue (parametrische) Spektraldichten gewinnen. Insbesondere ist es damit möglich, die Idee, Modelle mit leicht interpretierbaren Parametern zu verwenden, mit einer flexibleren Formenwahl der Komponenten der Spektraldichte zu kombinieren.

Literatur:

Ballani, F. & Schlather, M. (2009). A construction principle for multivariate extreme value distributions. Submitted.

Boldi, M.-O. & Davison, A. C. (2007). A mixture model for multivariate extremes. *J. R. Statist. Soc. B*, 69(2), 217-229.

Coles, S. G. & Tawn, J. A. (1991). Modelling extreme multivariate events. *J. R. Statist. Soc. B*, 53(2), 377-392.

Cooley, D., Davis, R. A. & Naveau, P. (2009). The pairwise beta distribution: A flexible parametric multivariate model for extremes. *J. Multivariate Anal.* Conditionally accepted.