

## Schnelle Vorwärtsoperatoren für geoelektromagnetische Erkundung

Martin Afanasjew, Oliver G. Ernst, Stefan Güttel und Michael Eiermann (Institut für Numerische Mathematik und Optimierung)

Geoelektromagnetik / Maxwell-Gleichungen / Nédélec-Elemente / Krylov-Verfahren  
Matrixfunktionen / Parameteridentifikation

Transientelektromagnetische Methoden (TEM) bei der geophysikalischen Erkundung von Kohlenwasserstoffen, Grundwasser und mineralischen Bodenschätzen haben in den letzten Jahren enorm an Bedeutung gewonnen. Zur Auswertung der meist mit hohem finanziellen Aufwand gewonnenen Messdaten ist bei dieser Methode eine Parameteridentifikation erforderlich, ein mathematisches Verfahren, bei dem aus gemessenen elektromagnetischen Felddaten die Leitfähigkeitsverteilung im Boden berechnet wird. Entscheidender Bestandteil bei diesen Verfahren ist die Lösung des sog. Vorwärtsproblems, bei dem aus vorgegebenen elektromagnetischen Quellen und Leitfähigkeitsverteilungen die resultierenden Felder zu berechnen sind. Sowohl im Frequenz- als auch im Zeitbereich führt die numerische Lösung des Vorwärtsproblems auf die Auswertung von Matrixfunktionen für sehr große, dünn besetzte Matrizen. In einem Gemeinschaftsprojekt mit dem Freiburger Institut für Geophysik werden am Institut für Numerische Mathematik und Optimierung seit drei Jahren schnelle Verfahren zur Auswertung von Matrixfunktionen entwickelt. Grundlage der entwickelten Algorithmen sind polynomielle und rationale Krylov-Unterraumverfahren, welche im Zeitbereich eine deutliche Beschleunigung gegenüber herkömmlichen Zeitintegrationsverfahren ermöglichen und im Frequenzbereich einen Modellreduktionsatz darstellen, mit dem der problemrelevante Frequenzraum mit dem Aufwand von wenigen Frequenzrechnungen des vollen (unreduzierten) Modells abgebildet werden kann. Für die räumliche Diskretisierung werden auf Nédélec zurückgehende finite-Element Diskretisierungen eingesetzt in Kombination mit verbunden mit Fortsetzungsrandbedingungen, die eine aufwändige Vernetzung der Lufthalbraums überflüssig machen. In einer funktionierenden disziplinübergreifenden Zusammenarbeit zwischen Mathematikern und Geophysikern werden bei diesem Projekt neueste Erkenntnisse der numerischen Mathematik in geophysikalische Simulationssoftware integriert, welche den Einsatz dreidimensionaler Parameteridentifikation bei TEM bald zu einem vielseitig einsetzbaren Werkzeug ermöglichen soll.

Förderung: Deutsche Forschungsgemeinschaft, Sachbeihilfe "*Numerische Simulation der Ausbreitung transientelektromagnetischer Felder zur Erkundung des Untergrundes*" (2006-2009)

R.-U. Börner, O. G. Ernst, and K. Spitzer. Fast 3D simulation of transient electromagnetic fields by model reduction in the frequency domain using Krylov subspace projection. *Geophysical Journal International* **173** 766--780 (2008)

M. Afanasjew, M. Eiermann, O. G. Ernst, and S. Güttel. Implementation of a Restarted Krylov Subspace Method for the Evaluation of Matrix Functions. *Linear Algebra and its Applications* **429** 2293--2314 (2008)

Stefan Güttel. Rational Krylov Methods for Operator Functions. Dissertation, TU Bergakademie Freiberg, Fakultät Mathematik und Informatik, 2010