

Unsicherheitsquantifizierung

Ingolf Busch, Oliver G. Ernst

Institut für Numerische Mathematik und Optimierung

In dem Bereich der Unsicherheitsquantifizierung (UQ) geht es darum zu beschreiben, wie wahrscheinlich die Lösung eines Modells (z.B. einer partiellen Differentialgleichung) ist, wenn einige Aspekte (z.B. eine Koeffizientenfunktion) nicht genau bekannt ist (z.B. durch Messfehler oder ungenügenden Daten). In vielen Fällen versucht man diese Unsicherheiten in den Daten durch Zufallsfelder zu beschreiben. Um mit Zufallsfeldern (die i.A. von überabzählbar vielen Parametern abhängen) numerisch zu nutzen, benötigt man eine abzählbare Darstellung, um so Approximationen mit endlich vielen Parametern zu erzeugen. Eine Möglichkeit dieser Approximation ist die (abgebrochene) Karhunen-Loève-Entwicklung (KL-Entwicklung). Diese Darstellung erfordert die Berechnung einiger Eigenpaare eines Integraloperators, der die Kovarianzfunktion des Zufallsfeldes als Kern besitzt. Eine Galerkin-Diskretisierung dieses Integraloperators führt auf ein sehr großes verallgemeinertes Eigenwertproblem für (vollbesetzte) Matrizen. Für die Berechnung der Matrixeinträge ist es notwendig, geeignete an die Kernfunktion angepasste Quadraturformeln zu verwenden. Am Institut für Numerische Mathematik und Optimierung werden hierfür aus den Randelementmethoden stammende Ansätze benutzt. 2012 wurden auch Formeln für Triangulierungen aus Rechtecken untersucht und weiterentwickelt. Die durch Galerkin-Diskretisierung entstehenden Matrizen sind vollbesetzt und damit für klassische Iterationserfahren zur Eigenwertberechnung nicht anwendbar. Man kann sie aber sehr effizient

durch sogenannte hierarchische Matrizen approximieren, die eine schnelle Matrix-Vektor-Multiplikation gewährleisten, was für die klassischen Iterationsverfahren ausreicht, um schnelle Algorithmen zu erzeugen. 2012 wurden die erforderlichen Algorithmen zur Assemblierung der hierarchischen Matrix parallelisiert, um die Rechenzeit zu verkürzen. 2012 wurde weiterhin eine Zusammenarbeit mit KAUST in Saudi-Arabien gestartet, in der es darum geht, die Repräsentation des Zufallsfeldes mehr an die Lösung als an den Daten zu orientieren. Dies wird mit der Hoffnung getan, dass sich eine Repräsentation des Zufallsfeldes mit weniger Parametern ergibt.

Förderung: Haushalt